

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

THÈSE PRÉSENTÉE À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DU
DOCTORAT EN GÉNIE
Ph.D.

PAR
BRUNO DE KELPER

SIMULATION À PAS FIXE ET EN TEMPS RÉEL
DE CIRCUITS ÉLECTRIQUES CONTENANT
DES INTERRUPTEURS

MONTREAL, LE 15 FÉVRIER 2002

© droits réservés de Bruno De Kelper

CETTE THÈSE A ÉTÉ ÉVALUÉE

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

- **M. Louis A. Dessaint, directeur de thèse**
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure
- **M. Kamal Al-Haddad, codirecteur**
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure
- **Mme. Ouassima Akrif, présidente du jury**
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure
- **M. Van Que Do, membre externe**
Institut de recherche en électricité du Québec (IREQ)

ELLE A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 20 DÉCEMBRE 2001

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

SIMULATION À PAS FIXE ET EN TEMPS RÉEL DE CIRCUITS ÉLECTRIQUES CONTENANT DES INTERRUPTEURS

Bruno De Kelper

Sommaire

La principale source d'imprécision, dans la simulation à pas fixe et en temps réel des circuits de puissance, est la commutation des interrupteurs du circuit. Ces imprécisions sont de deux natures. Premièrement, elles proviennent des retards de commutation, lorsque la commutation ne coïncide pas avec un pas de calcul. Deuxièmement, elles proviennent d'une mauvaise évaluation des conditions initiales ou du point d'opération dans lequel le circuit se retrouve, après une commutation. Aussi, la simulation des commutations exige un effort de calcul important car le système d'équations du circuit doit être réévalué, de façon à refléter le nouvel état des interrupteurs.

Des travaux antérieurs ont proposé une approche simple et efficace pour éliminer l'impact des retards de commutation. Cette méthode consiste à interpoler les signaux simulés à l'instant précis de la commutation et à redémarrer la simulation à partir de ce point. Par contre, ces travaux ne proposaient pas de méthode efficace d'évaluation des conditions initiales.

La méthode de commutation, proposée ici, reprend la méthode d'interpolation et y ajoute une méthode simple et efficace d'évaluation des conditions initiales. Le nouveau point d'opération du circuit, suite à une commutation, est évalué en se basant sur le principe de conservation de l'énergie et sur l'hypothèse que les commutations sont instantanées. Grâce à cela, l'énergie accumulée dans les composantes réactives ne change pas lors des commutations et peut servir à évaluer le nouveau point d'opération du circuit.

De plus, le présent travail propose plusieurs techniques d'optimisation du traitement des commutations. Une de ces techniques propose de remplacer les interrupteurs par des sources de courant commandées et de transférer ainsi l'effort de mise à jour du système d'équations vers un système d'équations réduit, qui modélise les interrupteurs.

La méthode de commutation est implantée dans les deux approches de simulation les plus populaires, l'approche nodale et l'approche par variable d'état. Finalement, la précision et la performance de la méthode sont évaluées à l'aide de quelques montages soigneusement choisis. Chacun de ces montages fut simulé avec les deux approches de simulation et fournit des résultats qui rejoignent les objectifs du présent travail.

FIXED STEP AND REAL TIME SIMULATION OF ELECTRIC CIRCUITS CONTAINING SWITCHES

Bruno De Kelper

Abstract

The main source of imprecision, in the fixed step and real time simulation of power electronic circuits, comes from the imprecision of the switching in the circuit. These imprecision are of two types. First of all, they come from the switching delay, when the switching does not coincide with a calculation time step. Secondly, they come from an inaccurate evaluation of the initial conditions or the operating point of the circuit, after a switching. Also, the handling of the switching requires, from the simulation, an significant calculation effort since the set of equations of the circuit has to be reevaluated, in order to reflect the new state of the switches.

Prior works have proposed a simple and effective approach to eliminate the impact of the switching delay. This method involve the interpolation of the simulated signals at the precis switching instant and to restart the simulation from this point. Unfortunately, these works did not propose an effective method to evaluate the required initial conditions.

The switching method, proposed here, takes advantage of the interpolation method and adds to it a simple, yet effective, method to evaluate the initial conditions. The new operating point of the circuit, following a switching, is evaluated on the basis of the conservation of energy principle and on the hypothesis that the switching is instantaneous. With that, the energy accumulated in the reactive components do not change during the switching and it can be used to determine the operating point of the circuit.

In addition to the switching method, this work proposes a few technics to optimize the handling of the switching. One of these technics proposes to replace the switches by controllable current sources and, hence, to transfer the burden of updating the set of equations to the reduced set of equations which models the switches.

The switching method is implemented in the two most popular simulation approaches, the nodal approach and the state space approach. Finally, the precision and performance of the method are evaluated using a few well chosen setups. Each of these setups were simulated with both simulation approaches and provided results which met the original objectives of this work.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE	i
ABSTRACT	ii
TABLE DES MATIÈRES	iii
LISTE DES TABLEAUX	v
LISTE DES FIGURES	vi
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 : REVUE DE LITTÉRATURE	6
1.1 Première période : de 1970 à 1990	6
1.2 Deuxième période : de 1990 à 1995	8
1.3 Troisième et dernière période : de 1995 à	13
CHAPITRE 2 : PROBLÉMATIQUE	20
2.1 Simulation en temps réel et simulation à pas fixe	20
2.2 Modèles d'interrupteur et ses problèmes	25
2.2.1 Modèle d'interrupteur idéal	28
2.2.2 Modèle d'interrupteur quasi-idéal	33
2.3 Sources et effets des imprécisions	35
2.3.1 Retard de commutation	36
2.3.2 Conditions initiales après commutations	40
2.3.3 Commutations simultanées	42
CHAPITRE 3 : MÉTHODE DE COMMUTATION PRÉCISE	44
3.1 Concept général de la méthode de commutation précise	44
3.2 Concept général de la méthode de commutation précise	46
3.2.1 Étape 1 : Calcul des signaux à l'instant de la commutation	48
3.2.2 Étape 2 : Calcul des conditions initiales après commutation	49
3.2.3 Étape 3 : Calcul des signaux au pas de calcul après la commutation ..	55
3.3 Optimisation du calcul des conditions initiales	58
3.3.1 Découplage lors du calcul des conditions initiales	59
3.3.2 Signaux qui doivent et qui ne doivent pas être calculés	61
3.4 Méthode de commutation appliquée au modèle d'interrupteur idéal	62
3.4.1 Dépendance accumulateur-accumulateur	62

TABLE DES MATIÈRES

(suite)

	Page
3.4.2 Dépendance accumulateur-source	65
3.4.3 Branche isolée et branche court-circuitée	66
3.5 Méthode de commutation appliquée au modèle d'interrupteur quasi-idéal ..	68
CHAPITRE 4 : IMPLANTATION DANS L'APPROCHE NODALE	70
4.1 L'approche de simulation nodale	70
4.2 Résolution du système d'équations grâce à la décomposition LDL^T	74
4.3 Commutations précises avec l'approche nodale	78
4.4 Optimisation de la mise à jour du système d'équations nodale	82
CHAPITRE 5 : IMPLANTATION DANS L'APPROCHE PAR	
VARIABLE D'ÉTAT	92
5.1 L'approche de simulation par variable d'état	93
5.2 Commutations précises avec l'approche par variable d'état	95
5.3 Optimisation de la mise à jour du système d'équations d'état	99
CHAPITRE 6 : RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX	110
6.1 Évaluation de la qualité de la simulation	110
6.1.1 Simulation d'un redresseur à 12 thyristors	111
6.1.2 Simulation d'un onduleur MLI	116
6.2 Évaluation de la performance en temps réel de la simulation	121
CONCLUSION	128
RECOMMANDATIONS	133
ANNEXES	
1 : Estimation de la performance selon l'ancienne et nouvelle méthode avec l'approche nodale	135
2 : Estimation de la performance selon l'ancienne et nouvelle méthode avec l'approche par variable d'état	140
BIBLIOGRAPHIE	145

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau I Caractéristiques et symboles de quelques interrupteurs électroniques . . .	29
Tableau II Temps d'exécution d'un pas de calcul des UCB contenant le redresseur et l'onduleur	126
Tableau III Décompte des opérations de l'ancienne méthode	138
Tableau IV Décompte des opérations de la nouvelle méthode	138
Tableau V Décompte des opérations de l'ancienne méthode	143
Tableau VI Décompte des opérations de la nouvelle méthode	143

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1	Première méthode d'interpolation 14
Figure 2	Courant CC d'un redresseur simulé avec la 1 ^{ère} méthode 14
Figure 3	Deuxième méthode d'interpolation 16
Figure 4	Troisième méthode d'interpolation 17
Figure 5	Courant CC d'un redresseur simulé avec la 3 ^{ème} méthode 19
Figure 6	Montage d'une simulation en temps réel connectée à un équipement réel 21
Figure 7	Exemple d'un système simple 23
Figure 8	Trois méthodes d'intégration numériques à pas fixe et à un pas 23
Figure 9	Exemple d'un système discontinu simple 24
Figure 10	Intégration numérique d'un signal discontinu 25
Figure 11	Modèle d'un thyristor 26
Figure 12	Caractéristiques v-i d'un thyristor 26
Figure 13	Modèle général des interrupteurs 27
Figure 14	Caractéristiques électriques de la diode, du thyristor et du TRIAC 28
Figure 15	Modèle idéal d'interrupteur 30
Figure 16	Exemple de changement topologique issue d'une commutation 30
Figure 17	Problème de branche flottante ou court-circuitée 31
Figure 18	Dépendance stockage-stockage et stockage-source 32
Figure 19	Modèle d'interrupteur quasi-idéal 33
Figure 20	Représentation du retard de commutation 36
Figure 21	Effet du retard de commutation sur un redresseur à simple alternance ... 37
Figure 22	Exemple d'un pont redresseur 39
Figure 23	Fluctuations causées par les retards de commutation 39
Figure 24	Conditions initiales après commutation d'un circuit simple 41
Figure 25	Exemple de commutation simultanée 42
Figure 26	Représentation de la méthode de commutation en 3 étapes 47
Figure 27	Évaluation de l'instant de commutation 47
Figure 28	Évaluation des signaux à l'instant θ avant la commutation 48
Figure 29	Évaluation des conditions initiales après commutation 50
Figure 30	Exemple de courant et tension d'inductance lors d'une commutation ... 52
Figure 31	Exemple de substitution pour le calcul des conditions initiales 53
Figure 32	Évaluation des conditions initiales suite à une commutation simultanée . 54
Figure 33	Évaluation des signaux au pas de calcul après la commutation 55
Figure 34	Ordinogramme de la simulation avec la méthode de commutation précise 57
Figure 35	Découplage à l'aide de l'inductance 59
Figure 36	Découplage à l'aide du condensateur 59
Figure 37	Dépendance accumulateur-accumulateur 62

LISTE DES FIGURES

(suite)

	Page
Figure 38	Dépendance accumulateur-source 65
Figure 39	Configurations particulières pouvant être résolues 66
Figure 40	Configurations particulières ne pouvant pas être résolues 67
Figure 41	Équivalents discret des composantes réactives 72
Figure 42	Exemple d'équivalent discret d'un circuit 72
Figure 43	Algorithme de la décomposition LDL^T 75
Figure 44	Algorithme de résolution du système d'équation avec LDL^T 77
Figure 45	Exemple d'équivalent instantané d'un circuit 79
Figure 46	Exemple de conversion d'interrupteur en source de courant 83
Figure 47	Schéma du redresseur à 12 thyristors 111
Figure 48	Courant CC de la charge simulé avec et sans la méthode de commutation 112
Figure 49	Courant CC de la charge à différents pas de calcul 113
Figure 50	Résolution de l'angle d'amorçage avec la méthode 114
Figure 51	Quelques autres exemples de signaux simulés 115
Figure 52	Schéma de l'onduleur MLI 116
Figure 53	Diagramme de commutation du contrôleur à bande d'hystérésis 117
Figure 54	Erreur de courant de phase avec et sans commutations simultanées 118
Figure 55	Erreur de courant à une fréquence de commutation de 20 kHz 119
Figure 56	Vitesse angulaire du moteur alimenté par un onduleur MLI 120
Figure 57	Schéma du HTCC 121
Figure 58	Partie redresseur du HTCC dans Hypersim 123
Figure 59	Partie onduleur du HTCC dans Hypersim 124
Figure 60	Schéma du redresseur dans le UCB 125
Figure 61	Courant et tension CC de la ligne simulés en temps réel 127

INTRODUCTION

La simulation en temps réel des grands réseaux électriques suscite beaucoup d'intérêt et d'effort dans la communauté scientifique et industrielle depuis de nombreuses années. Elle offre un moyen commode et efficace de tester de nouveaux équipements rapidement et sans danger. À l'aide de cet outil, le chercheur ou l'industriel peut tester un nouvel équipement en le plaçant dans un environnement simulé réaliste qui pourrait être très coûteux, dangereux, difficile ou même impossible à reproduire réellement.

Anciennement, les simulations en temps réel de réseaux électriques étaient réalisées à l'aide d'ordinateurs analogiques très coûteux en matériel et en entretien. En conséquence, seules les grandes entreprises de production et de transport d'énergie ainsi que les gros fabricants de composants et d'équipements pouvaient se permettre de posséder et d'utiliser ce genre d'outil. Depuis, les ordinateurs ayant atteint des performances suffisantes, la simulation en temps réel des grands réseaux électriques est entrée dans une nouvelle ère, celle de la simulation en temps réel entièrement numérique. La simulation étant effectuée par un ordinateur, le coût du matériel ainsi que de l'entretien a beaucoup diminué, ce qui permet à beaucoup plus de chercheurs et de compagnies d'avoir accès à ce genre d'outil. De plus, les simulateurs numériques ne requièrent peu ou pas les calibrages constants qu'exigeaient les simulateurs analogiques, offrant ainsi une fiabilité accrue.

Avec ces nouveaux simulateurs entièrement numériques apparaisse une kyrielle de nouvelles problématiques liées principalement à l'obligation d'utiliser un pas de calcul fixe par lequel les équations du circuit sont calculées à des intervalles de temps rigoureusement constants. Cette exigence est essentielle car ce n'est que grâce à la régularité du pas de calcul que le simulateur peut être relié à un équipement réel. S'ajoutent, à cette obligation, les exigences que le pas de calcul soit ni si grand qu'il dégrade la qualité de la simulation,

ni si petit qu'il ne puisse être réalisé avec l'ordinateur prévu pour la simulation. Ces trois contraintes sont au centre des nouvelles problématiques introduites par la simulation numérique en temps réel.

La simulation des circuits contenant des interrupteurs électroniques fait partie de ces problématiques particulièrement influencées par l'obligation d'utiliser un pas de calcul fixe. Premièrement, le comportement des interrupteurs électroniques est beaucoup plus rapide que l'ensemble de la dynamique du circuit et exige l'utilisation d'un pas de calcul trop petit pour les besoins de la simulation en temps réel. Deuxièmement, le changement d'état de l'interrupteur, qui représente sa principale caractéristique, se produit à des instants qui coïncident rarement avec le pas de calcul fixe et cela peu importe la taille du pas de calcul utilisé. Lorsque la simulation permet aux interrupteurs de changer d'état seulement au pas de calcul normal, la différence entre l'instant réel de la commutation et l'instant simulé de la commutation introduit une erreur sous forme d'un retard de commutation. Ce retard de commutation est un sujet important car il représente l'une des deux principales causes d'imprécisions dans la simulation à pas fixe de circuits contenant des interrupteurs.

Il semble, à prime abord, que les caractéristiques intrinsèques des interrupteurs électroniques ne se conforment pas aux besoins des simulations en temps réel. Heureusement, il est possible de relaxer quelque peu les contraintes imposées par la présence d'interrupteurs dans un circuit. Puisque le comportement très rapide des interrupteurs ne représente pas leur aspect le plus intéressant lors de la simulation de grands réseaux électriques, il ne semble pas d'un grand intérêt de le représenter avec trop de détails. Donc, dans le contexte de la simulation de réseaux électriques, il est habituellement fait comme hypothèse que le changement d'état de l'interrupteur est instantané et les détails de ce changement d'état ne sont tout simplement pas considérés. Grâce à cette hypothèse, le choix du pas de calcul n'est plus dicté par le comportement rapide de l'interrupteur et peut être fait en rapport avec la dynamique plus lente du circuit.

Bien que cette hypothèse permette de choisir un pas de calcul qui se conforme mieux aux besoins de la simulation en temps réel, elle ne résout en rien le problème de retard de commutation. De plus, cette hypothèse introduit deux nouvelles problématiques. La première problématique provient du fait que, le changement d'état de l'interrupteur étant instantané, le modèle du circuit devient discontinu. En conséquence, il est primordial de bien définir les conditions initiales qui prévalent juste après ce changement d'état. L'influence de mauvaises conditions initiales est durable dans la simulation et représente la deuxième principale source d'imprécisions. La deuxième problématique provient du fait que le circuit ne peut plus être modélisé par un seul ensemble d'équations différentielles car, étant discontinu, le circuit doit être modélisé par plusieurs ensembles d'équations. Chacun de ces ensembles d'équations représente un mode d'opération différent tel que défini par les états des interrupteurs. Il est donc essentiel de déterminer ces ensembles d'équations soit par une connaissance a priori de chacun des modes d'opération du circuit, soit en construisant en cours de simulation l'ensemble d'équations correspondant à l'état actuel du circuit.

Ces deux nouvelles problématiques sont d'autant plus importantes lorsqu'on considère que le changement d'état d'un interrupteur peut déclencher le changement d'état d'un autre interrupteur et ainsi de suite, jusqu'à ce que le circuit atteigne un nouveau mode d'opération qui permet à la simulation de se poursuivre. Il est clair, dans ce cas, qu'un calcul précis des conditions qui prévalent juste après chaque commutation est essentiel car c'est grâce à ce calcul qu'il sera possible de déterminer si la commutation simultanée d'un autre interrupteur doit être déclenchée. Aussi, le circuit passant simultanément par une série de modes d'opération, le travail requis pour déterminer l'ensemble des équations du système est d'autant plus imposant.

L'objectif du présent travail est de proposer une méthode de simulation à pas fixe des circuits contenant des interrupteurs électroniques. La méthode proposée fournit une

solution aux problèmes de retard de commutation et de calcul des conditions initiales après commutation. De plus, la méthode propose une procédure pour traiter les commutations simultanées et fournit une méthode efficace de mise à jour du système d'équations qui représente le circuit.

Quelques travaux antérieurs, effectués par d'autres chercheurs, proposèrent des solutions à plusieurs des problèmes cités précédemment. Certains proposèrent des approches assez compliquées et difficilement réalisables en temps réel pour l'estimation des conditions initiales après commutation et traitèrent du problème des commutations simultanées. Tandis que d'autres travaux plus récents se penchèrent sur le problème des retards de commutation. Ils proposèrent l'utilisation d'une technique d'interpolation qui offre une solution efficace à ce problème, pour les simulations en temps réel, mais qui ne fournit pas de solutions viables pour le calcul des conditions initiales. Finalement, peu de ces travaux suggérèrent des méthodes efficaces de mise à jour du système d'équations qui modélisent le circuit, suite à une commutation.

Le présent travail propose donc, à l'instar des travaux antérieurs fait sur le sujet, une méthode de simulation des circuits contenant des interrupteurs électroniques, axé vers la simulation en temps réel des réseaux électriques. Partant de l'hypothèse que les changements d'état des interrupteurs sont instantanés, la méthode propose des solutions à chacune des problématiques exposées précédemment. Premièrement, elle reprend la technique d'interpolation, proposée par certains des travaux antérieurs, pour résoudre le problème du retard de commutation. Deuxièmement, en s'appuyant sur le principe de conservation de l'énergie, la méthode proposée permet de calculer avec précision les conditions initiales après commutation et permet de réduire substantiellement le nombre de signaux devant être interpolés. Aussi, la méthode fournit un moyen simple de réduire l'effort de calcul des conditions initiales en limitant ce calcul, grâce à un découplage, aux seules parties du circuit qui contiennent des interrupteurs. De plus, grâce au calcul précis

des conditions initiales, la méthode permet de traiter efficacement les commutations simultanées. Finalement, en s'appuyant sur le théorème de substitution qui permet d'extraire les interrupteurs du circuit et de les traiter séparément, la méthode fournit un moyen efficace de réduire l'effort requis pour changer le système d'équations qui modélise le circuit, suite à une commutation.

Le chapitre 2 du présent document fait une analyse détaillée des problématiques de la simulation à pas fixe de circuits contenant des interrupteurs électroniques et tente de mettre en évidence les principales sources d'imprécision et leurs effets. Le chapitre 1, quant à lui, propose une revue de littérature dans le but de faire le lien entre le présent travail et les travaux antérieurs fait sur le sujet. La méthode de simulation proposée est présentée en détail dans le chapitre 3. L'application de la méthode dans deux approches de simulation habituellement utilisées pour simuler des circuits électriques, soit l'approche nodale et l'approche par variables d'état, est présentée dans les chapitres 4 et 5 respectivement. Puisque les méthodes de mise à jour du système d'équations ne peuvent être traitées indépendamment de l'approche de simulation choisie, c'est à ce moment que la méthode de mise à jour sera présentée. Certaines performances, obtenues grâce à la méthode proposée, lors de la simulation en temps réel d'un système de haute-tension à courant continu (HTCC) complet sont présentées dans le chapitre 6. Finalement, le document se termine sur une conclusion et quelques recommandations.

CHAPITRE 1

REVUE DE LITTÉRATURE

Depuis le milieu des années '60, la simulation à l'aide d'ordinateur, soit la simulation numérique, suscite un intérêt grandissant et cette nouvelle tendance fut marquée par de nombreux travaux ayant pour but le développement de méthodes de simulation numérique efficaces et précises. Parmi ces travaux, plusieurs se sont penchés sur le problème de la simulation numérique des circuits de puissance contenant des interrupteurs. Les travaux dans ce domaine se divisent en trois époques, du moins en ce qui concerne le sujet du présent ouvrage. Chacune de ces époques est identifiée par la façon de représenter le problème de la commutation des interrupteurs et propose des solutions très similaires aux travaux de la même époque.

Les points marquants de ces trois époques sont présentés dans ce chapitre. La première de ces époques n'est que survolée, même si elle marque le début d'une tendance. Tandis que la seconde, proposant des méthodes plus complexes ainsi que plus matures, est présentée avec un peu plus de détails. Finalement, les travaux de la troisième époque, la plus récente, sont présentés avec beaucoup de détails, étant plus proche des travaux du présent ouvrage.

1.1 Première période : de 1970 à 1990

La période commençant au début des années '70 et se terminant à la fin des années '80 marque le début des travaux dans le domaine de la simulation par ordinateur des circuits de puissance contenant des interrupteurs. Avant cette époque, la simulation numérique de circuit de puissance se bornait à la simulation du circuit autour d'un point d'opération en appliquant la technique de linéarisation dite "des petits signaux". Reconnaisant les limites d'une telle approche, les chercheurs commencent à s'intéresser au comportement à larges signaux de ces circuits. Parmi les caractéristiques communes des travaux de cette époque,

chacun modélise les interrupteurs comme des composantes idéales qui établissent ou brisent des connexions dans le circuit. Le circuit est représenté par plusieurs systèmes d'équations, un pour chaque mode d'opération tel que défini par l'état des interrupteurs. La commutation des interrupteurs est instantanée et peu d'efforts sont faits pour estimer les conditions initiales qui établissent le nouveau point d'opération, après chaque commutation. Aussi, rien n'est dit concernant les commutations simultanées d'interrupteurs. Finalement, tous préconisent l'utilisation de méthodes de simulation à pas fixe tout en ne proposant pas d'approche spécifiquement conçue pour satisfaire les exigences de la simulation en temps réel.

Les travaux les plus marquants de cette époque sont certainement les travaux de Dommel [1] qui développa un simulateur de grands réseaux électriques appelé "Electromagnetic Transient Program", mieux connu sous l'acronyme EMTP. Ce simulateur fut une telle contribution au domaine, qu'il est encore considéré comme une référence de nos jours. La méthode de simulation utilisée est l'approche dite "nodale". Cette approche remplace d'abord les composantes réactives par leur équivalent obtenu grâce à l'approximation trapézoïdale, formant ainsi un circuit purement résistif, et bâtit le système d'équations du circuit en s'appuyant sur la méthode des noeuds, issue de la loi des courants de Kirchhoff, d'où l'approche tire son nom. Les interrupteurs sont modélisés par de simples connexions qui commutent instantanément et sont donc idéaux. La méthode de simulation étant strictement à pas de calcul fixe, les interrupteurs commutent au pas de calcul suivant l'instant réel auquel la commutation aurait dû avoir lieu. De plus, aucun effort particulier n'est fait pour déterminer de façon précise les conditions initiales après commutation, même si les travaux de Kulicke [2] ont proposé une méthode de réinitialisation pour éliminer les oscillations numériques causées par les commutations. Ces derniers travaux furent publiés uniquement en allemand et ne sont donc pas rapportés ici. Aussi, il n'est fait aucune mention, dans les travaux de Dommel, du problème des commutations simultanées. Le simulateur EMTP souffre donc des principaux problèmes associés à l'imprécision des

commutations. Finalement, le simulateur EMTP ne fut pas conçu, de prime abord, pour la simulation en temps réel, mais plutôt pour la simulation en temps différé rapide.

Quelques autres travaux de cette époque méritent une mention. Ce sont les travaux de Wong [3] et les travaux de Luciano [4] qui se sont intéressés au problème de l'instant de commutation des interrupteurs. Ces deux équipes utilisent l'approche par variable d'état dans des simulations à pas variable de petits circuits de puissance et évaluent la matrice de transition du système à l'aide de la série de Taylor, dans le cas de Wong, ou de la série de Chebyshev, dans le cas de Luciano. Ils utilisent un modèle d'interrupteur idéal et proposent des méthodes pour déterminer l'instant des commutations. L'équipe de Wong [3] propose une méthode de recherche binaire de l'instant de commutation qui divise l'intervalle entre deux calculs en plusieurs séries de segments de taille égale et dont la taille décroît d'une série à l'autre, jusqu'à un minimum prédéterminé. Lorsque le plus petit intervalle contenant la commutation est trouvé, l'instant de commutation est déterminé de façon encore plus précise à l'aide d'une extrapolation linéaire. L'équipe de Luciano [4], quant à elle, représente les conditions de commutation des interrupteurs sous forme d'un système d'équations de contraintes. Ces équations de contraintes sont alors résolues en association avec les équations du circuit, de façon à obtenir l'instant précis de la commutation. Par contre, le calcul des conditions initiales après commutation n'est pas clairement établi et leur méthode respective ne peut, en aucune façon, être utilisée pour des simulations en temps réel.

1.2 Deuxième période : de 1990 à 1995

Les travaux de la seconde époque, soit la courte période commençant au début des années '90 et se terminant aux alentours de '95, sont marqués par un effort important pour préciser les phénomènes liés à la commutation des interrupteurs. Les interrupteurs sont encore considérés comme étant idéaux et la commutation est toujours instantanée. Par contre,

chacun considère que les commutations produisent des impulsions dans le circuit, soit des Diracs. En se basant sur le principe de conservation du flux magnétique et de la charge électrique, ils suggèrent que seules des impulsions de courant et de tension infini peuvent redistribuer les flux des inductances et les charges des condensateurs. Ils proposent donc des méthodes pour traiter ces impulsions et résoudre les équations du circuit, lors des impulsions de courant ou de tension.

Opal [5][6] présenta, dans un premier lieu, les résultats de travaux sur l'estimation des conditions initiales dans les réseaux linéaires commutés, soit des réseaux ne contenant que des composantes linéaires et des interrupteurs, publiés en 1990, et dans un deuxième lieu, des travaux similaires mais appliqués aux réseaux non linéaires commutés, soit des réseaux pouvant contenir des composantes non linéaires tels que des transformateurs saturables, publié en 1991. Dans ces premiers travaux, Opal [5] modélise le circuit à l'aide d'une méthode nodale modifiée (MNA) qui représente le circuit par deux graphes, un graphe de conductances et de sources dépendantes et un graphe de condensateurs, d'inductances et autres éléments de stockage. Le système d'équations du circuit est développé sous forme de transformée de Laplace. Selon Opal [5], des impulsions de courant infini peuvent se produire lorsque deux condensateurs deviennent dépendants l'un de l'autre, à la suite d'une commutation. De la même façon, des impulsions de tension apparaissent lorsque des condensateurs sont mis en dépendance. Aussi, ces impulsions peuvent déclencher la commutation d'un autre interrupteur et ainsi de suite. Ces impulsions permettent donc de détecter la présence de commutations simultanées. Les conditions initiales qui prévalent après la commutation sont obtenues en effectuant un pas de calcul en avant, en sautant par dessus l'impulsion et en tenant compte du nouvel état de l'interrupteur, et un pas en arrière vers l'instant de la commutation où l'impulsion se termine. Le pas en arrière est effectué à l'aide de la transformée de Laplace inverse obtenue par des méthodes numériques.

Dans les travaux suivants, Opal [6] étend ses premiers travaux sur les réseaux linéaires

commutés aux réseaux non linéaires commutés. Plutôt que de représenter le circuit par la méthode des deux graphes, ils utilisent le principe de substitution pour diviser le circuit en trois circuits, représentés par trois graphes. Chacune des composantes et des sources du circuit est remplacée par une composante ou une source équivalente qui représente sa relation flux-charge plutôt que sa relation tension-courant. D'abord un graphe-R qui contient les sources indépendantes et les résistances et dans lequel les inductances et les condensateurs sont remplacés par des sources de flux et de charges. Un graphe-C contenant les sources indépendantes sous forme de source de charge et les condensateurs. Les résistances sont remplacées par des sources de charge et les inductances par des sources de charge nulles. Finalement, un graphe-L établit de la même façon mais où toutes les sources, indépendantes ou équivalentes, sont représentées par des sources de flux. Les trois systèmes d'équations sont résolus successivement en commençant par le graphe-R, suivi du graphe-C et terminant avec le graphe-L. Pour chaque type de composante et de source, Opal [6] propose un équivalent impulsionnel qui doit être utilisé lors des commutations pour résoudre le circuit en présence d'impulsions et qui établit le rapport flux-charge de chaque composante. Par exemple, les condensateurs sont considérés comme ayant un flux nul et une charge arbitraire qui doit être calculée, tandis que les inductances sont modélisées par un flux arbitraire et une charge nulle. Par contre, cette approche, ainsi que la précédente, ne suggère rien à propos de la simulation en temps réel ni concernant l'estimation de l'instant de commutation. Bien que les deux méthodes proposent des techniques très élaborées pour le traitement des impulsions, celles-ci sont utilisées uniquement pour vérifier la présence de commutations simultanées.

À la même époque, Zuhao [7] propose une méthode de commutation basée sur son modèle ZZ (un clin d'oeil, j'imagine) qui suggère de remplacer le modèle du circuit par deux équivalents, un équivalent 0^+ pour l'instant après la commutation mais avant l'impulsion et un équivalent 0^{++} pour l'instant juste après l'impulsion. Les commutations étant considérées instantanées, ces deux instants coïncident dans le temps. L'équivalent 0^+

représente les condensateurs linéaires par une résistance équivalente, obtenue par l'approximation Euler arrière, en série avec une source idéale de tension dont la valeur est égale à la tension du condensateur juste avant la commutation. L'équivalent $0+$ de l'inductance linéaire procède de la même façon mais dont la valeur de la source de tension est égale au produit du courant de l'inductance avant commutation et de la résistance équivalente. Lorsque les condensateurs ou les inductances sont non linéaires, l'équivalent $0+$ est obtenu sensiblement de la même façon mais en se basant sur la charge et le flux, plutôt que sur le courant et la tension. Les équivalents $0++$ de ces composantes sont identiques sauf que les sources de tensions prennent la valeur de la tension (du courant pour l'inductance ou de la charge et du flux pour les composantes non linéaires) obtenu lors du calcul du circuit avec l'équivalent $0+$. Dans ces deux équivalents, la résistance équivalente obtenue par l'approximation d'Euler arrière dépend du pas de calcul. Puisque l'impulsion se produit dans un temps infiniment court, Zuhao [7] suggère d'évaluer la limite lorsque le pas de calcul tend vers zéro, mais ne propose pas de façon de calculer cette limite.

En définitive, comme pour les autres travaux de cette époque, les travaux de Zuhao [7] ont essentiellement pour but de traiter les impulsions qui peuvent survenir dans la simulation d'un circuit commuté et, grâce à cela, d'obtenir des conditions initiales qui permettent de poursuivre la simulation correctement après la commutation. Par contre, il ne suggère rien pour estimer l'instant de commutation ni pour l'estimation et le traitement des commutations simultanées. Finalement, aucune implantation en temps réel n'est suggérée.

Les travaux de Bedrosian [8] répètent, dans une large mesure, les travaux de Opal [5][6], présentés plus tôt. Par contre, ils proposent une méthode d'estimation de l'instant de commutation. Ils suggèrent l'utilisation de la méthode itérative de Newton-Raphson pour obtenir cet instant de commutation avec une bonne précision. Aussi, ils reconnaissent que le circuit ne subit pas toujours des impulsions de courant infini ou de tension infini, lors des commutations, et que la présence de ces impulsions dépend strictement de la topologie du

circuit. Ils proposent donc de représenter la réponse du circuit sous forme d'une partie impulsionnelle et d'une partie non impulsionnelle. Chacune de ces deux réponses permet de déterminer si des commutations simultanées doivent avoir lieu. En fait, l'évaluation de ces deux réponses sert uniquement à estimer la présence de commutation simultanée.

Les derniers travaux présentés pour cette deuxième époque sont les travaux de Sana [9]. Son équipe propose une approche de modélisation des commutations qui se veut une généralisation du modèle ZZ proposé par Zuhao. Premièrement, les instants des commutations sont estimés par interpolation linéaire. Deuxièmement, en changeant de méthode d'intégration, de l'approximation trapézoïdale à l'approximation d'Euler arrière, la simulation avance d'un petit pas de calcul jusqu'à l'instant de la commutation et vérifie la présence d'impulsions. Si des impulsions sont détectées, l'état des interrupteurs est réévalué et le calcul précédent est repris. Lorsque plus aucune impulsion n'est détectée, la simulation est avancée d'un autre petit pas de calcul, de façon à dépasser l'instant où les impulsions se sont produites. Finalement, la simulation avance d'un troisième petit pas de calcul, pour se resynchroniser avec le pas de calcul normal. Finalement, l'approximation trapézoïdale est reprise pour la suite de la simulation. Il est aussi suggéré que la taille des deux premiers petits pas de calcul soit égale à la moitié du pas de calcul normal et que la taille du dernier petit pas de calcul soit réduit à zéro. Ainsi, la procédure se résume à avancer la simulation d'un demi pas de calcul, à partir du pas de calcul normal qui précède la commutation, et ensuite d'un autre demi pas de calcul, pour se resynchroniser avec le pas de calcul normal qui suit la commutation.

Bien que pas énoncé clairement dans les comptes-rendus de ces travaux, on peut supposer qu'étant fidèle à la méthode ZZ de Zuhao [7], lors des deux pas de calcul intermédiaires, le calcul du circuit est fait en s'appuyant sur un équivalent des composantes réactives. Par contre, contrairement à Zuhao [7], la limite lorsque le pas de calcul tend vers zéro n'est pas calculée. Aussi, le calcul des conditions initiales n'est toujours pas clairement énoncé.

1.3 Troisième et dernière période : de 1995 à ...

La dernière époque, commençant vers le milieu des années '90, propose trois méthodes, très similaires les unes aux autres, conçues spécifiquement pour la simulation en temps réel de circuits de puissance et de réseaux électriques. Ces travaux étant les plus récents et aussi les plus près des travaux du présent ouvrage, ils méritent d'être présentés avec plus de détail. Mentionnons, en guise d'introduction, que chacune de ces méthodes utilise l'approche nodale de simulation, qui se sert d'un pas de calcul fixe. Aussi, chacune utilise un modèle quasi-idéal d'interrupteur et suppose que les commutations sont instantanées. Finalement, chacune propose l'utilisation de l'interpolation linéaire pour estimer l'instant de commutation des interrupteurs.

La première de ces méthodes provient des travaux de Kuffel [10]. Ils proposèrent une méthode d'interpolation relativement simple pour corriger l'erreur du retard de commutation dans les simulations à pas fixe. Selon cette méthode, chaque interrupteur est testé après chaque pas de calcul pour déterminer s'il aurait dû commuter. L'instant de commutation de chaque interrupteur est estimé par interpolation linéaire et seul l'instant de commutation qui arrive le premier est conservé, c'est l'instant θ de la figure 1a. Les tensions et les courants calculés au pas de calcul normal $t(n)$ sont interpolés à l'instant de commutation θ , représenté dans la figure 1b. Finalement, en utilisant les tensions et les courants interpolés comme conditions initiales, le circuit est recalculé à un pas de calcul complet à partir de l'instant θ , avec le nouvel état des interrupteurs, et interpolé de nouveau pour se synchroniser avec l'instant de calcul normal de la simulation, décrit dans les figures 1c et 1d.

Cette méthode est suffisamment simple et performante pour une implantation dans une simulation en temps réel. Par contre, rien n'est dit concernant les commutations simultanées, ni concernant la mise à jour du système d'équations. Finalement, le choix d'utiliser les tensions et les courants interpolés, en tant que conditions initiales, n'est pas justifié

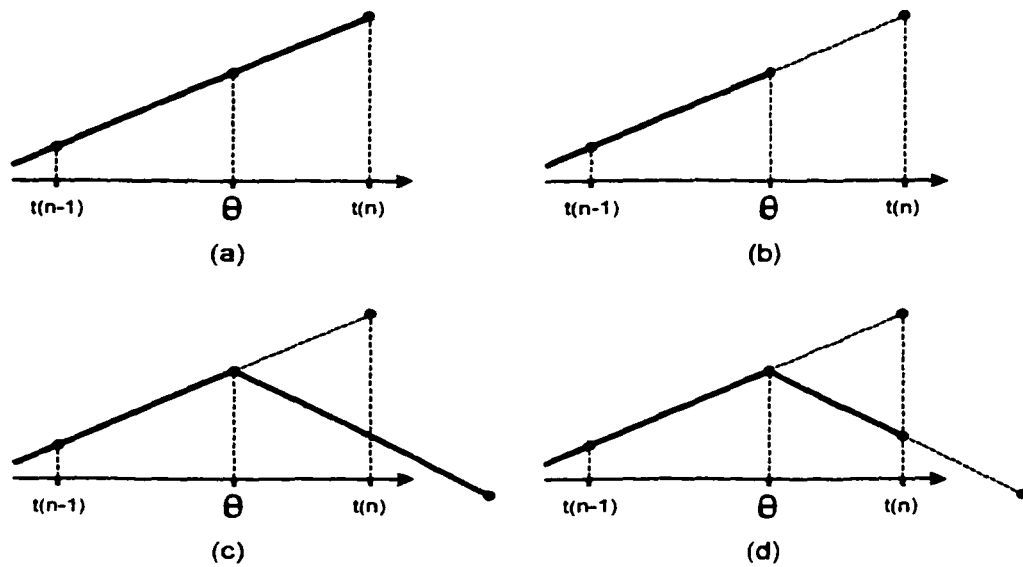


Figure 1 - Première méthode d'interpolation

formellement. En fait, en utilisant ces tensions et ces courants en guise de conditions initiales, la simulation fait une erreur qui est mise en évidence lorsque différents pas de calcul sont utilisés. La figure 2 ci-dessous montre la simulation à différents pas de calcul du

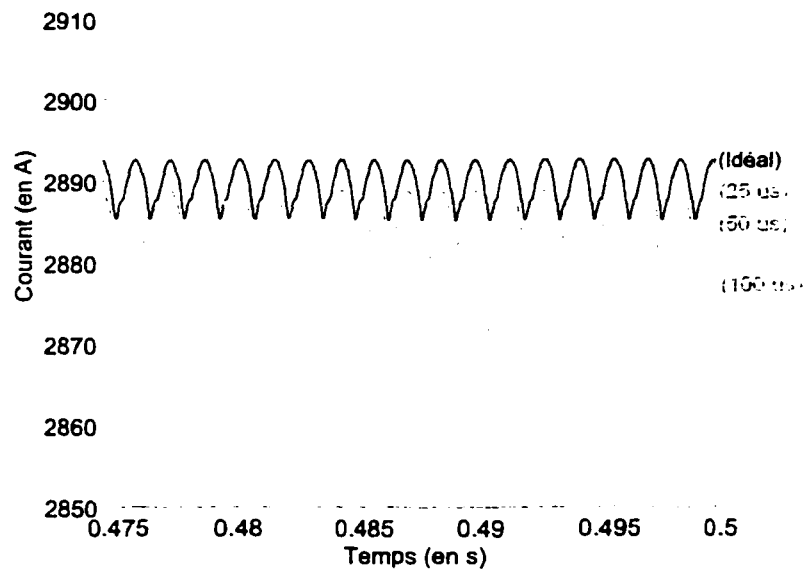


Figure 2 - Courant CC d'un redresseur simulé avec la 1^{ère} méthode

courant CC de la charge d'un redresseur composé d'un pont de 12 thyristors. Le courant CC simulé s'écarte de la courbe idéale, au fur et à mesure que le pas de calcul augmente. Cette "migration" du niveau CC du courant est essentiellement due à l'erreur des conditions initiales. Cette erreur a le même effet qu'un retard de commutation constant qui s'applique à tous les interrupteurs.

La deuxième méthode, proposée par Strunz [11], est essentiellement identique à la méthode précédente. Ils proposent aussi d'estimer l'instant de commutation par une interpolation linéaire, tel que dans la figure 3a. Par contre, ils proposent d'interpoler les "historiques de courant", plutôt que d'interpoler les tensions et les courants, en argumentant que les historiques de courant représentent les états qui décrivent entièrement l'état dynamique du circuit. Ces nouveaux historiques de courant sont ensuite utilisés comme conditions initiales pour redémarrer la simulation après les commutations. Or, cette approche est identique à celle proposée dans les travaux de Kuffel [10]. Par exemple, en appliquant ces deux méthodes au calcul de l'historique de courant d'une inductance, tel que ci-dessous, les deux méthodes donnent exactement le même résultat. Dans les équations suivantes, I_L^* , V_L^* et h_L^* représentent le courant, la tension et l'historique de courant de l'inductance, respectivement, interpolés à l'instant θ :

1^{ière} méthode :

$$I_L^* = I_L(n-1) + \frac{T_\theta}{T} (I_L(n) - I_L(n-1)) \quad (1.1)$$

$$V_L^* = V_L(n-1) + \frac{T_\theta}{T} (V_L(n) - V_L(n-1)) \quad (1.2)$$

$$\Downarrow$$

$$h_L^* = I_L^* + G_L V_L^* \quad (1.3)$$

2^{ème} méthode :

$$h_L^* = h_L(n-1) + \frac{T_\theta}{T} (h_L(n) - h_L(n-1)) \quad (1.4)$$

$$h_L^* = (I_L(n-1) + G_L V_L(n-1)) + \frac{T_\theta}{T} [(I_L(n) + G_L V_L(n)) - (I_L(n-1) + G_L V_L(n-1))] \quad (1.5)$$

$$h_L^* = I_L^* + G_L V_L^* \quad (1.6)$$

Les conditions initiales obtenues par les deux méthodes sont les mêmes. À partir de ces conditions initiales, la simulation est avancée d'un pas de calcul complet, avec le nouvel état de l'interrupteur, comme le montre la figure 3c. Finalement, la simulation est avancée d'un autre pas de calcul et, dans le but de se resynchroniser avec le pas de calcul normal de la simulation, les tensions et les courants sont extrapolés de nouveau, comme le montre la figure 3d. Le pas de calcul de l'instant $t(n)$ est simplement omis et n'est donc pas calculé.

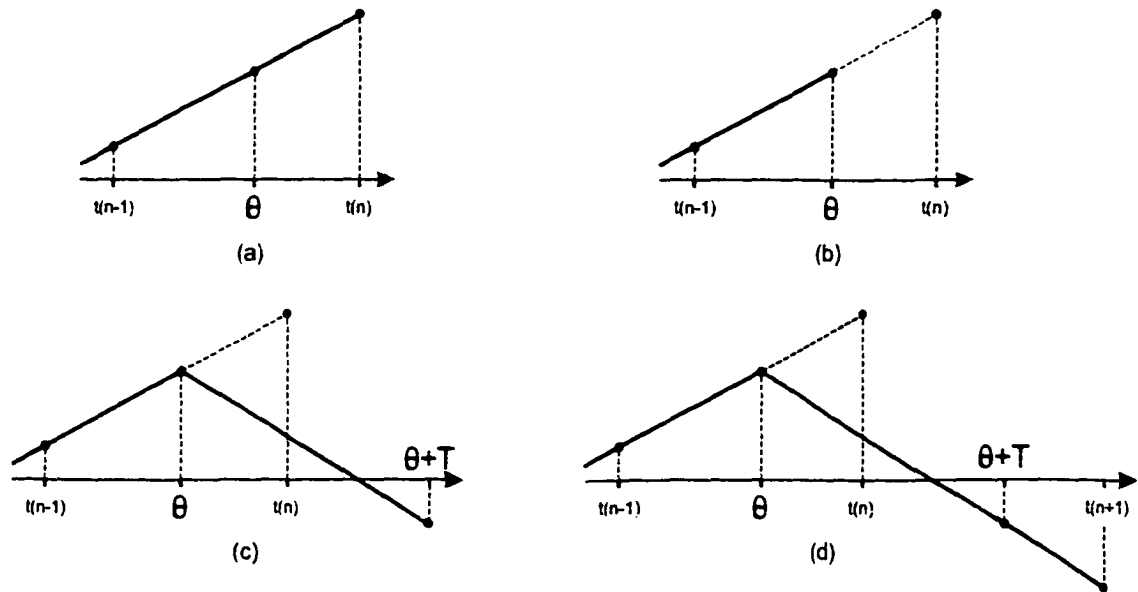


Figure 3 - Deuxième méthode d'interpolation

Les résultats de simulation, obtenus avec cette méthode, sont identiques aux résultats obtenus avec la méthode de Kuffel [10]. En fait, la simulation du redresseur à thyristor souffre de la même erreur due à la mauvaise estimation des conditions initiales. Par contre, l'abandon du pas de calcul $t(n)$ ne semble pas compatible avec le principe de la simulation en temps réel. De plus, tout comme la méthode précédente, rien n'est dit concernant les commutations simultanées ni concernant la mise à jour du système d'équations.

La troisième et dernière méthode, proposée par Do [12], ressemble aux deux premières méthodes, à quelques détails près, mais exige un peu plus d'effort de calcul. La méthode pour estimer l'instant de commutation n'est pas clairement énoncée mais on peut supposer, comme pour les deux autres méthodes, qu'il est obtenu par interpolation linéaire, tel que représenté dans la figure 4a ci-dessous. Connaissant l'instant de commutation, les historiques de courant sont évalués, par interpolation linéaire, à un pas de calcul avant l'instant de commutation, comme représenté dans la figure 4b. Ceci équivaut à calculer les historiques de courant à partir des valeurs interpolées des tensions et des courants, tel que démontré précédemment. Le circuit est ensuite évalué à l'instant de commutation avec le nouvel état de l'interrupteur, en utilisant les nouveaux historiques de courant en guise de

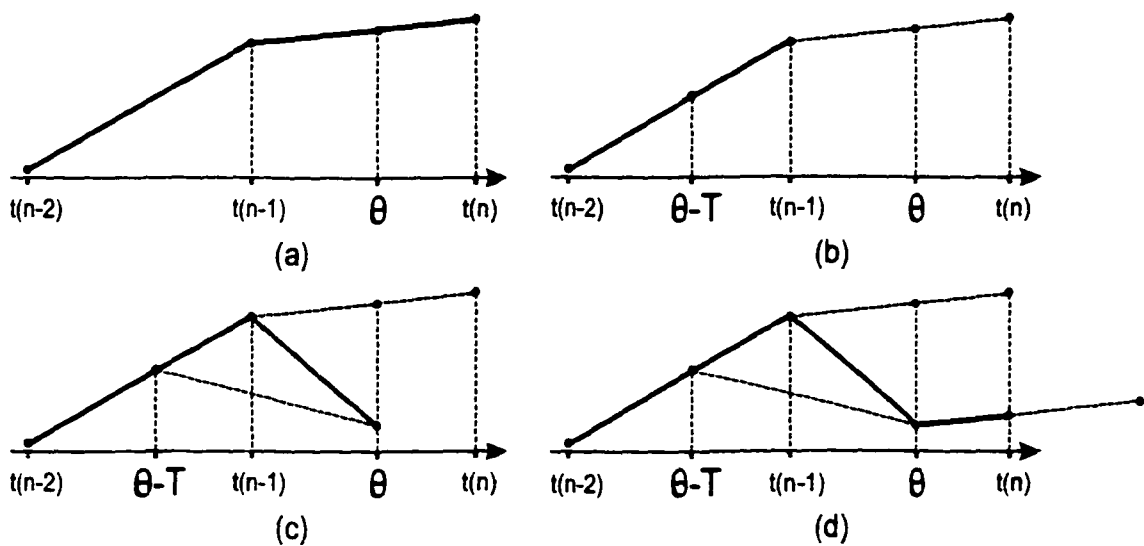


Figure 4 - Troisième méthode d'interpolation

conditions initiales, tel que dans la figure 4c, avec les nouveaux états des interrupteurs. Finalement, la simulation est avancée d'un pas de calcul supplémentaire et interpolée à l'instant $t(n)$ pour se resynchroniser avec le pas de calcul normal de la simulation, voir la figure 4d.

Comme pour les deux autres méthodes, rien n'est dit à propos des commutations simultanées, mais une méthode de mise à jour du système d'équations est proposée. La méthode de mise à jour des équations s'appuie sur la décomposition LU. Elle propose de réarranger les rangées et les colonnes des matrices de façon à ce que les termes qui changent, lors d'une commutation, se situent principalement dans le bas des matrices. De plus, les matrices sont réarrangées de façon à placer les rangées contenant le plus de termes hors diagonale non nuls le plus bas possible dans la matrice et de réarranger les colonnes de façon à diminuer la distance entre les termes hors diagonale non nuls et la diagonale. De cette façon, les termes hors diagonale non nuls sont traités plus tard dans le processus de mise à jour et requièrent moins de traitement.

En ce qui concerne l'estimation des conditions initiales, cette méthode souffre des mêmes problèmes que les deux précédentes, à ceci près que les tensions et les courants utilisés proviennent non pas de l'instant de commutation lui-même, mais plutôt d'un instant un pas de calcul avant l'instant de commutation. L'erreur faite n'a plus l'effet d'un retard constant mais plutôt celui d'une avance constante de la commutation de tous les interrupteurs, comme représenté dans la figure 5 de la page suivante. Les courbes de courant CC montrées dans la figure 5 furent obtenues en simulant un redresseur composé d'un pont de 12 thyristors, de la même façon que pour la figure 2. Ici aussi, la "migration" du niveau CC du courant de la charge est essentiellement due à l'erreur sur les conditions initiales qui servent pour redémarrer la simulation après la commutation.

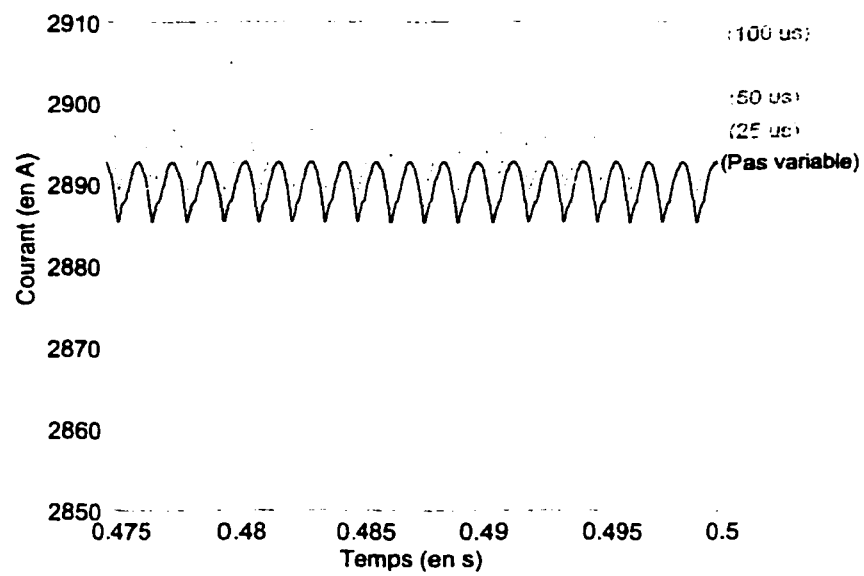


Figure 5 - Courant CC d'un redresseur simulé avec la 3^{ème} méthode

CHAPITRE 2

PROBLÉMATIQUE

Avant de présenter les travaux antérieurs dans une revue de littérature et de décrire en détail la méthode de simulation proposée, il semble important de bien établir le contexte dans lequel s'inscrit ce travail. Ce chapitre commence donc sur l'analyse de certains aspects de la simulation en temps réel et plus particulièrement la simulation à pas de calcul fixe. Ensuite, puisque le but de ce travail est la simulation de circuit contenant des interrupteurs électroniques, les différents modèles d'interrupteurs utilisés dans la simulation en temps réel et les problèmes qu'ils introduisent sont étudiés. Finalement, ce chapitre se termine sur l'étude des différentes sources d'imprécisions et leurs effets dans la simulation à pas fixe de circuits contenant des interrupteurs électroniques.

2.1 Simulation en temps réel et simulation à pas fixe

Le principal avantage de la simulation en temps réel provient de la possibilité d'interconnecter la simulation à un équipement réel, tel que mentionné par Hartley [13] et décrit par Oliveira [14]. L'équipement peut ainsi être placé dans les mêmes conditions de fonctionnement que lorsqu'il sera réellement utilisé pour la fonction pour laquelle il a été conçu. Non seulement ça, mais grâce au simulateur, il est possible de synthétiser des conditions de fonctionnement critiques, qu'il serait difficile de reproduire réellement. Par exemple, les simulateurs de vol sont fréquemment utilisés pour reproduire les conditions qui ont précédé un accident aérien, dans le but d'entraîner les pilotes à ces conditions de crise ou pour tester de nouveaux équipements qui serviront à éviter ce genre d'événements. Dans le cas des réseaux électriques, nous pouvons penser aux équipements de stabilisation et de protection du réseau. Il est impossible de tester adéquatement ces équipements en les connectant directement au réseau, sans risquer des dommages importants au réseau ou à l'équipement lui-même.

Le montage de base d'une simulation en temps réel reliée à un équipement réel fut décrit par Oliveira [14] et est présenté dans la figure 6 ci-dessous. Puisque l'équipement, que l'on désire tester, évolue dans un monde réel "continu" ou "analogique" et que la simulation réalisée à l'aide d'un ordinateur évolue dans un monde simulé "discontinu" ou "numérique", les deux doivent être reliés par des convertisseurs analogique à numérique (A-N) et par des convertisseurs numérique à analogique (N-A), au travers d'un circuit de conditionnement. Le circuit de conditionnement sert principalement à adapter les puissances élevées de l'équipement aux puissances faibles des convertisseurs et aussi à filtrer les signaux échangés entre l'équipement et la simulation. Les convertisseurs, quant à eux, sont les vrais interfaces entre le monde réel et le monde simulé.

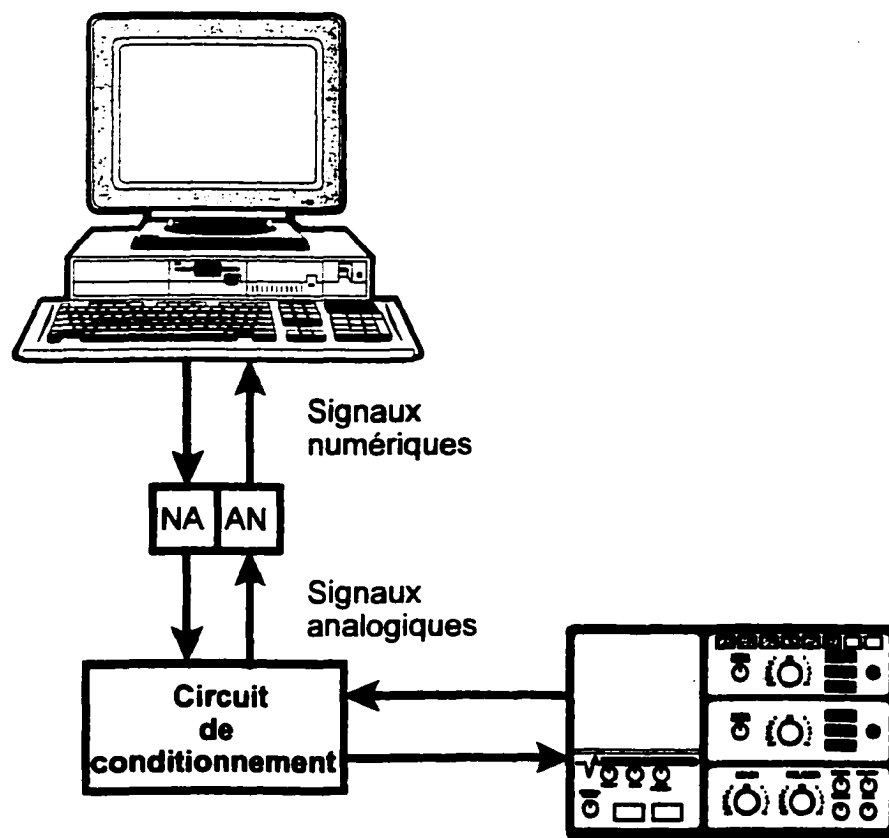


Figure 6 - Montage d'une simulation en temps réel connectée à un équipement réel

Avec ce genre de montage, le taux d'échantillonnage est fixé à priori et est conservé tout au long de la simulation. Même s'il était possible de faire varier ce taux d'échantillonnage au cours de la simulation, ce procédé n'est habituellement pas utilisé pour plusieurs raisons. Premièrement, les convertisseurs sont dispendieux et plus ils sont rapides, plus ils sont dispendieux. Il est donc souvent préférable de choisir des convertisseurs suffisamment rapides pour les besoins de la simulation en temps réel et de toujours les utiliser au maximum de leur capacité. Deuxièmement, il est beaucoup plus difficile de créer un circuit de conditionnement qui soit parfaitement linéaire sur une large plage de taux d'échantillonnage. En utilisant un taux fixe, le circuit de conditionnement peut plus facilement être calibré pour ce taux d'échantillonnage. Finalement, il est bien connu que la qualité de la mesure d'un signal analogique dépend directement du taux d'échantillonnage de ce signal, tel que mentionnée par Hartley [13] et par Oppenheim [15]. Il est donc préférable d'échantillonner le signal analogique au taux le plus élevé possible. Ceci correspond au taux d'échantillonnage maximum dont sont capable les convertisseurs.

Les contraintes de la simulation numérique imposent aussi une cadence fixe au système simulé. En effet, le pas de calcul utilisé par la simulation est imposé par le taux d'échantillonnage et par la performance de l'ordinateur, comme le mentionne MacKenna [16]. Premièrement, la simulation doit être parfaitement synchronisée avec le taux d'échantillonnage de l'équipement qui lui est connecté. Par contre, la simulation pourrait quand même utiliser un pas de calcul qui varie dans le temps, dans le but d'augmenter la précision lorsque les signaux simulés varient rapidement, tout en restant synchronisé avec le taux d'échantillonnage. Deuxièmement, le temps de calcul des équations, qui modélisent le système, est limité par la performance de l'ordinateur. Dans ce contexte, il est primordial de s'assurer que le pas de calcul choisi puisse être respecté. Il faut donc qu'il soit plus grand ou égal au temps de calcul des équations. En résumé, le pas de calcul de la simulation doit être choisi de telle façon qu'il soit plus grand ou égal au temps de calcul le plus long et qu'il soit plus petit ou égal au taux d'échantillonnage utilisé.

Tout cela mis ensemble force l'utilisation d'un pas de calcul fixe. Aussi, puisque le travail de la simulation est de résoudre des systèmes d'équations différentielles, ce qui implique l'utilisation de méthode d'intégration numérique, les méthodes d'intégration dites "à pas variable" doivent être évitées pour ne conserver que les méthodes dites "à pas fixe" et décrites par Hartley [13]. Parmi les méthodes d'intégration à pas fixe, les méthodes dites "à un pas" sont souvent préférées car elles nécessitent moins de calcul et permettent, par le fait même, un temps de calcul plus petit et donc une simulation plus performante. Les trois méthodes d'intégration numérique à pas fixe, à un pas, sont "Euler avant", "Euler arrière" et "trapézoïdale". Par exemple, pour résoudre un système simple tel que le système ci-dessous :

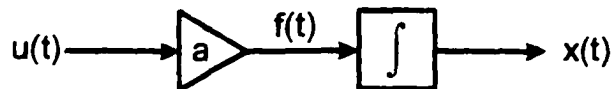


Figure 7 - Exemple d'un système simple

dont l'équation est la suivante :

$$\frac{dx(t)}{dt} = au(t) = f(t) \quad \Leftrightarrow \quad x(t) = \int au(t)dt = \int f(t)dt \quad (2.1)$$

Les trois méthodes d'intégrations numériques peuvent être représentées graphiquement tel que dans la figure 8 ci-dessous :

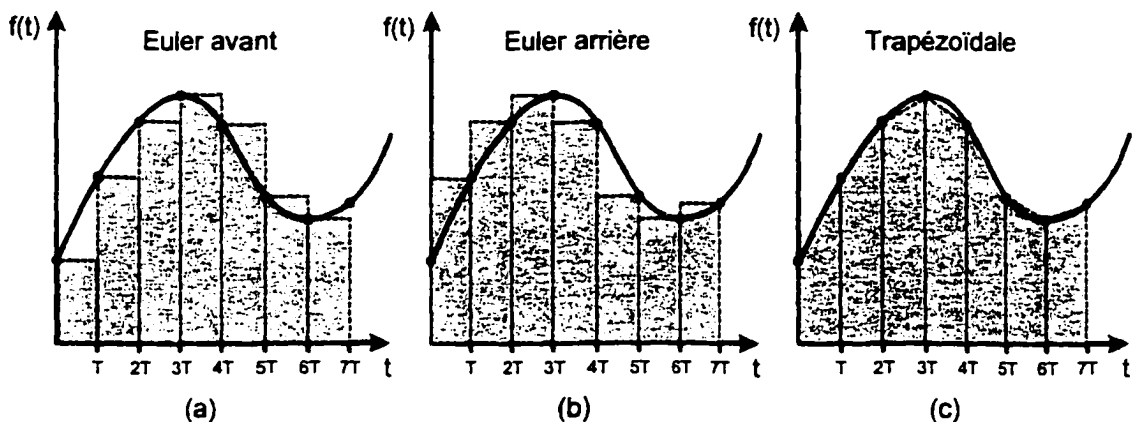


Figure 8 - Trois méthodes d'intégration numériques à pas fixe et à un pas

Dans la figure 8, les parties sombres représentent l'approximation de la surface sous la courbe, donc l'intégrale de la fonction $f(t)$. Comme le mentionne Hartley [13], chacune de ces méthodes d'intégration numérique introduit une légère erreur d'estimation de cette surface qui dépend directement de la largeur du pas de calcul T . On remarque aisément que la méthode trapézoïdale de la figure 8c est la méthode la plus précise. En fait, la méthode trapézoïdale est la méthode d'intégration numérique à un pas la plus précise de toute. De plus, comme pour la méthode Euler arrière de la figure 8b, la méthode trapézoïdale est A-stable, c'est-à-dire qu'elles sont stables pour tous les pas de calcul. La méthode Euler avant de la figure 8a, quant à elle, peut devenir instable pour des pas de calcul trop grand et n'est donc pas A-stable. Compte tenu des propriétés de chacune de ces méthodes, la méthode trapézoïdale est habituellement préférée pour la simulation en temps réel.

Les propriétés avantageuses de la méthode trapézoïdale et des autres méthodes s'appuient sur le fait que le signal à intégrer est continu et que l'erreur d'estimation de la surface sous la courbe est maintenue petite par un choix judicieux du pas de calcul. Mais lorsque le signal est discontinu, comme le mentionne Hartley [13] et comme dans le cas de la simulation des circuits qui contiennent des interrupteurs, l'erreur d'estimation devient beaucoup plus grande et ne dépend plus strictement de la taille du pas de calcul. Par exemple, si le gain a du système simple de la figure 7 change de façon discontinue, tel que dans le système de la figure 9 ci-dessous, alors les méthodes d'intégration numériques produisent une erreur d'estimation beaucoup plus grande lors du pas de calcul où se produit le changement discontinu du gain a , tel que représenté dans la figure 10 de la page suivante.

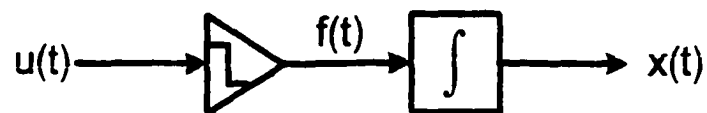


Figure 9 - Exemple d'un système discontinu simple

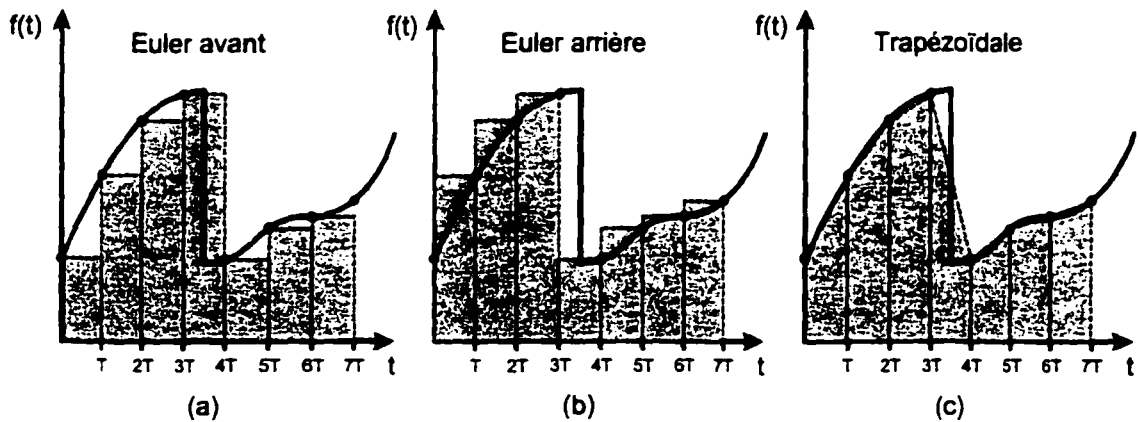


Figure 10 - Intégration numérique d'un signal discontinu

L'erreur d'estimation dépend en partie de la taille du pas de calcul, en partie de la position de la discontinuité entre les deux pas de calcul et en partie de l'importance de la discontinuité. L'erreur d'estimation, ainsi produite, pourrait être amoindrie en utilisant un pas de calcul plus petit. Mais, d'un côté, le pas de calcul devrait être réduit à des valeurs extrêmement petites, ce qui aurait pour effet d'augmenter considérablement la durée de la simulation. D'un autre côté, cette solution n'est pas réaliste dans une simulation en temps réel, tel que discuté précédemment.

2.2 Modèles d'interrupteur et ses problèmes

Les interrupteurs électroniques sont des composantes aux caractéristiques compliquées. Vu de façon générale, l'interrupteur électronique est caractérisé par deux états, l'état ouvert ou hors conduction et l'état fermé ou en conduction. S'ajoute à ces deux états, un comportement dynamique très rapide qui permet de passer d'un état à l'autre. Les deux états de l'interrupteur sont assez simples en soi et sont habituellement caractérisés par leur impédance respective, une impédance élevée à l'état ouvert et une impédance faible à l'état fermé. Par contre, la dynamique de l'interrupteur, lors du passage d'un état à l'autre, est passablement compliquée. La modélisation détaillée de ce changement d'état ou de cette

commutation, requiert un modèle complexe qui implique des constantes de temps très petites. Par exemple, un des modèles utilisés pour représenter le comportement d'un thyristor, tiré de Rashid [17], est présenté dans la figure 11 ci-dessous.

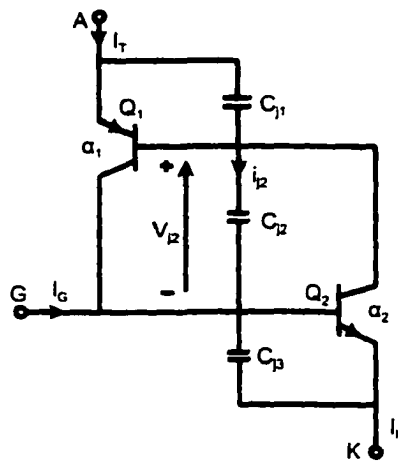


Figure 11 - Modèle d'un thyristor

Le comportement électrique détaillé du thyristor est représenté dans la figure 12 ci-dessous.

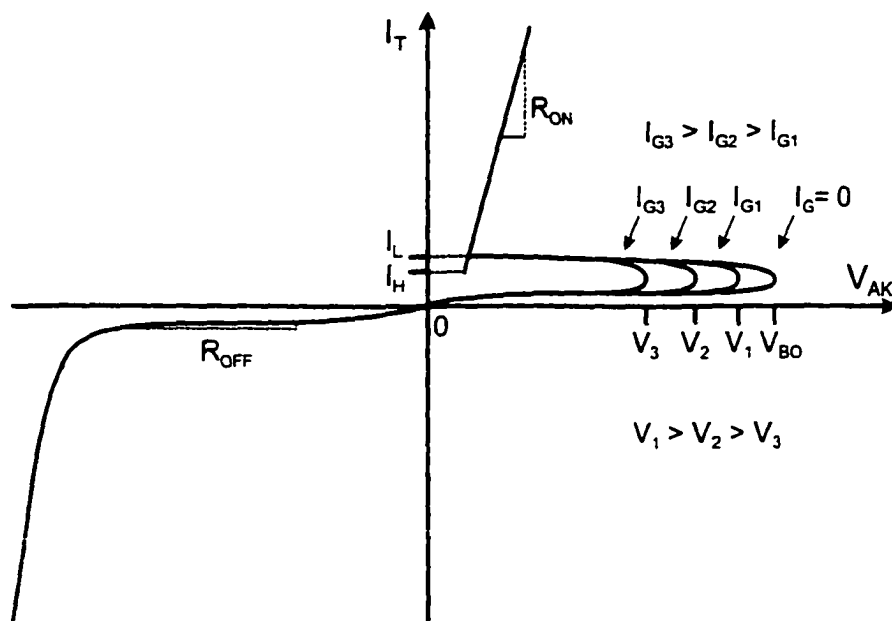


Figure 12 - Caractéristiques v-i d'un thyristor

Bien qu'un modèle détaillé d'interrupteur soit d'une grande utilité dans de nombreuses simulations où le comportement microscopique de l'interrupteur est à l'étude. Cette abondance de détail est superflue quand on regarde selon le point de vue global du réseau, comme le mentionne Gole [18] et Opal [6]. Dans ces cas, les constantes de temps rapides, présentes lors des commutations, sont tout simplement négligées pour ne conserver que les principales caractéristiques électriques de l'interrupteur, soit les impédances des deux états de l'interrupteur. Le changement d'état se fait alors de façon instantanée sous le contrôle d'une logique de commutation qui reproduit les caractéristiques fonctionnelles de la commutation; tension anode-cathode, signal de gâchette, courant de maintien, temps de recouvrement, etc.

Avec cette simplification du modèle des interrupteurs, tous les interrupteurs peuvent être modélisés avec un seul et même modèle électrique, soit une résistance à deux états, tel que dans la figure 13 ci-dessous.

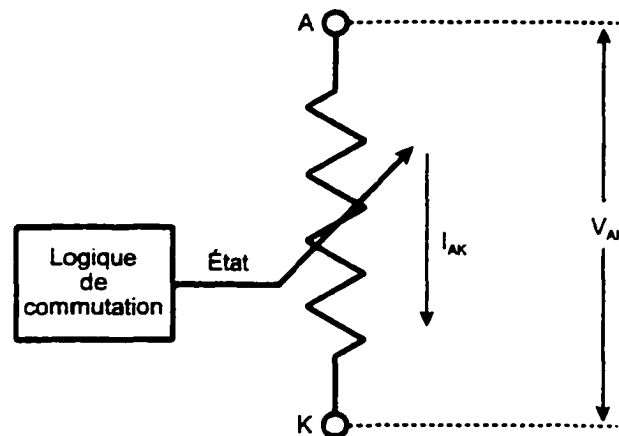


Figure 13 - Modèle général des interrupteurs

Le passage d'un état à l'autre est contrôlé par une logique de commutation qui caractérise le comportement spécifique de chaque type d'interrupteur. Par exemple, la logique de commutation de la diode tient compte du comportement représenté dans la figure 14a, tandis

que pour le thyristor, elle tient compte du comportement décrit dans la figure 14b et pour un TRIAC, elle tient compte du comportement reproduit dans la figure 14c. Le tableau I de la page suivante fournit les principales caractéristiques des principaux interrupteurs électroniques.

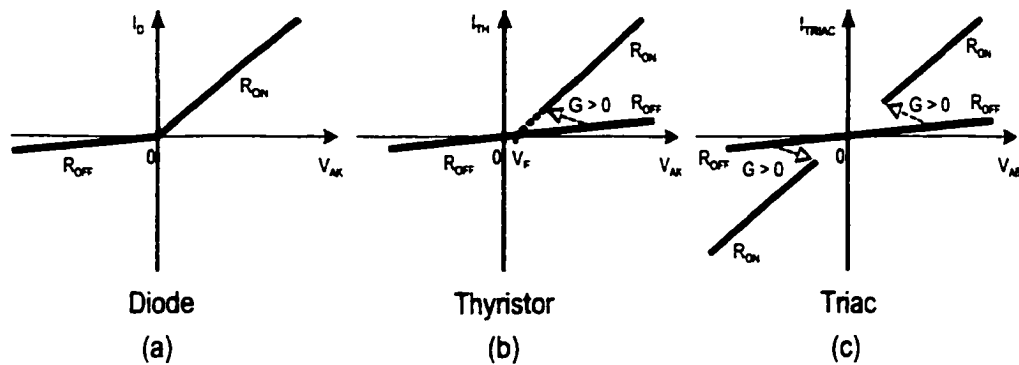


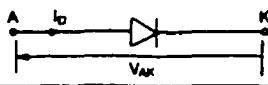
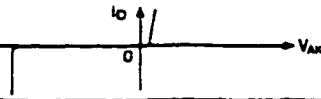
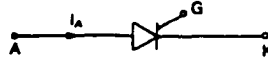
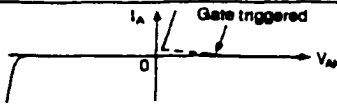
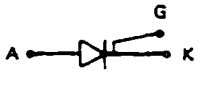
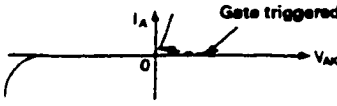
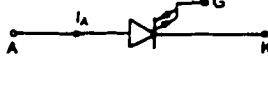
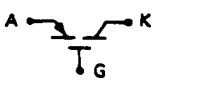
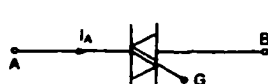
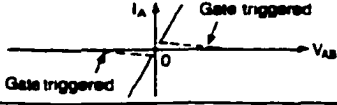
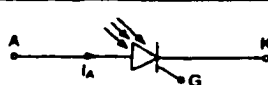
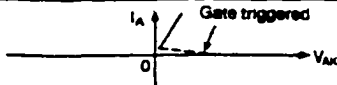
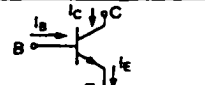
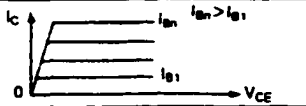
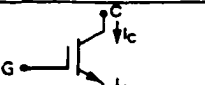
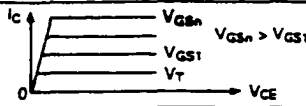
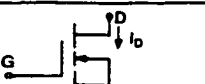
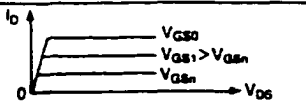
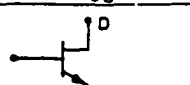
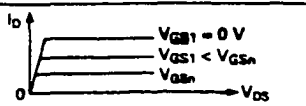
Figure 14 - Caractéristiques électriques de la diode, du thyristor et du TRIAC

2.2.1 Modèle d'interrupteur idéal

Les valeurs des impédances caractéristiques de l'interrupteur à l'état ouvert ou fermé, utilisées dans le modèle simplifié de l'interrupteur, sont relativement arbitraires. En fait, puisque seul l'état de l'interrupteur a un impact significatif sur le comportement du circuit, n'importe quelles impédances suffisamment petites et suffisamment grandes, par rapport aux autres impédances du circuit, peuvent être utilisées. Aussi, la présence de ces impédances dans le circuit augmente la complexité du système d'équations et sont la cause de plusieurs imprécisions numériques dans la simulation. En conséquence, de nombreux auteurs, tels que Wong [3], Luciano [4], Zuhao [7], Bedrosian [8], Sana [9], Opal [5], Lee [19] et Mosterman [20], pour n'en mentionner que quelques uns, préfèrent utiliser des modèles d'interrupteur idéaux dont l'impédance à l'état ouvert est infinie ou en circuit ouvert et dont l'impédance à l'état fermé est nulle ou en court-circuit.

Tableau I

Caractéristiques et symboles de quelques interrupteurs électroniques
(tiré de "Power Electronics Circuits, Devices and Applications" de Muhammad H. Rashid)

Devices	Symbols	Characteristics
Diode		
Thyristor		
SITH		
GTO		
MCT		
TRIAC		
LASCR		
NPN BJT		
IGBT		
N-Channel MOSFET		
SIT		

Le modèle d'un tel interrupteur idéal est présenté dans la figure 15. Bien que très utile, l'interrupteur idéal introduit plusieurs problèmes de simulation, étudiés dans ce qui suit.

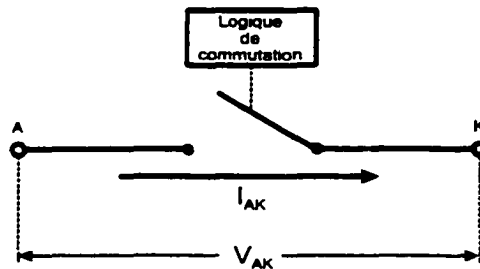


Figure 15 - Modèle idéal d'interrupteur

Les changements d'état des interrupteurs idéaux produisent des changements structuraux dans le circuit, notion introduite par Kassakian [21]. L'ouverture d'un interrupteur brise un lien tandis que la fermeture d'un interrupteur établit une connexion. Bien que ces changements dans la topologie du circuit soient effectivement les effets recherchés, ils causent également plusieurs problèmes de simulation. Par exemple, l'ouverture ou la fermeture d'un interrupteur peut diviser le circuit en plusieurs circuits isolés les uns des autres, tel que décrit par Lee [19] et tel que représentés dans la figure 16.

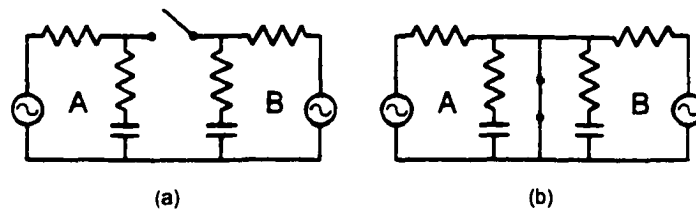


Figure 16 - Exemple de changement topologique issue d'une commutation

Dans l'exemple de la figure 16a ci-dessus, le circuit est divisé en deux circuits (A et B) par l'ouverture de l'interrupteur, tandis que dans la figure 16b, le circuit est aussi divisé en deux circuits (A et B) par la fermeture de l'interrupteur. Les deux nouveaux circuits doivent être traités comme des circuits indépendants puisque, en fait, ils sont isolés l'un de l'autre. Dans le cas de l'exemple de la figure 16b les choses sont même un peu plus compliquées car la

fermeture de l'interrupteur produit quatre mailles indépendantes, donc quatre circuits isolés les uns des autres. La division du circuit en plusieurs sous circuits implique, pour la simulation, une reformulation du système d'équations. Certains termes disparaissent ou apparaissent dans les équations, selon que les connexions sont brisées ou rétablies.

Un problème similaire, bien que plus difficile à traiter, se produit lorsqu'une branche du circuit devient "flottante" ou court-circuitée à la suite de l'ouverture ou la fermeture d'un interrupteur. Le problème est particulièrement évident lorsque la branche en question est soit capacitive, soit inductive. Par exemple, dans le premier cas, si la branche devient flottante et qu'elle est capacitive, telle que représenté dans la figure 17a, la branche n'évolue plus dans le temps jusqu'à ce qu'elle soit reconnectée au circuit. Tandis que si elle est inductive, comme dans la figure 17b, aucun chemin n'est disponible pour le courant accumulé dans l'inductance et le circuit doit être considéré comme étant mal conçu. De la même façon, si la branche devient court-circuitée et si la branche est purement inductive, comme dans la figure 17c, alors la branche n'évolue plus, tandis que si elle est purement capacitive, comme dans la figure 17d, un courant infini s'établit et le circuit doit être considéré comme étant mal conçu.

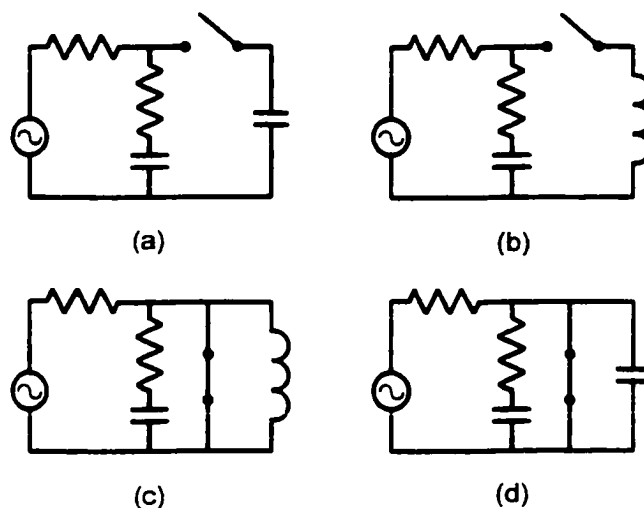


Figure 17 - Problème de branche flottante ou court-circuitée

Les deux derniers problèmes, que l'on rencontre avec les changements de topologie, proviennent du fait que certaines composantes du circuit stockent de l'énergie sous une forme ou une autre. C'est le cas avec les inductances, qui accumule l'énergie sous forme de courant ou de flux tandis que les condensateurs accumulent l'énergie sous forme de tension ou de charge. Habituellement, ces éléments de stockage sont indépendants les uns des autres et sont indépendants des sources d'énergie. Par contre, lors des changements de topologie, Mosterman [20] et Dirkman [22] mentionnent le fait que certains éléments de stockage d'énergie deviennent dépendants d'un autre élément de stockage équivalent ou d'une source d'énergie équivalente. Nous parlons alors d'un problème de dépendance d'élément de stockage à élément de stockage ou de dépendance d'élément de stockage à source d'énergie. Les quatre situations, qui peuvent être rencontrées, sont représentées dans la figure 18 ci-dessous.

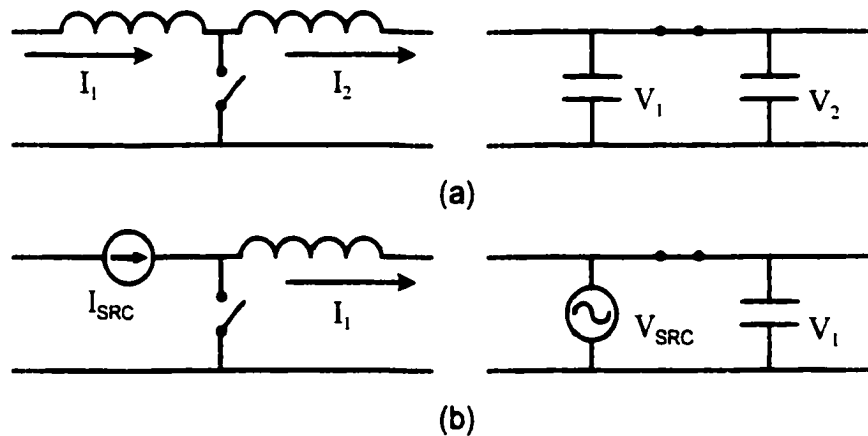


Figure 18 - Dépendance stockage-stockage et stockage-source

À cause de ces dépendances, le courant des inductances ou la tension des condensateurs changent instantanément. Aussi, ces éléments restent dépendants les uns des autres, jusqu'à ce que la topologie du circuit change de nouveau. Puisque les éléments de stockage représentent habituellement des variables d'état du circuit, le changement de topologie impose l'élimination d'une ou plusieurs variables d'état dans le système d'équations, comme le mentionne Mosterman [20]. Et lorsque la dépendance est éliminée, la variable doit être réintégrée dans le système.

2.2.2 Modèle d'interrupteur quasi-idéal

Les problèmes rencontrés avec les modèles d'interrupteurs idéaux proviennent essentiellement du fait que la structure même du circuit change au gré des commutations. Il semble donc naturel d'éviter ces situations en ne permettant pas que la topologie du circuit soit influencée par le changement d'état des interrupteurs. En remplaçant le court-circuit du modèle d'interrupteur idéal par une petite résistance et le circuit ouvert par une impédance de grande valeur, les connexions du circuit restent inchangées. La commutation se fait toujours de façon instantanée et, en ce sens, le modèle de l'interrupteur est toujours relativement idéal. Nous pouvons parler alors d'un modèle quasi-idéal et le représenter tel que dans la figure 19 ci-dessous.

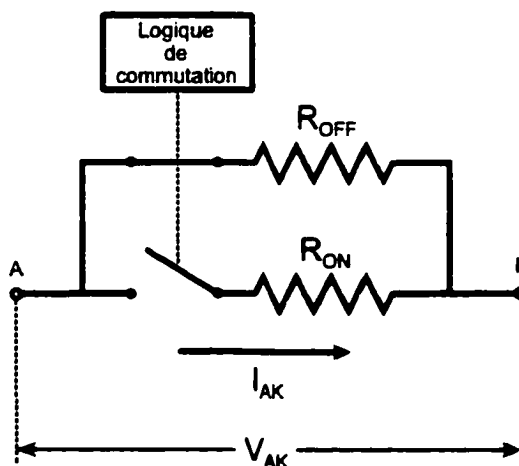


Figure 19 - Modèle d'interrupteur quasi-idéal

La valeur des impédances à l'état ouvert et fermé est relativement arbitraire. N'importe quelle impédance très petite, par rapport aux autres impédances du circuit, peut être utilisée pour modéliser l'état fermé. Tandis que n'importe quelle impédance très élevée, toujours par rapport aux impédances du circuit, peut être utilisée pour modéliser l'état ouvert. Par contre, habituellement, ces impédances sont choisies en rapport avec les caractéristiques électriques réelles de l'interrupteur à modéliser, lorsque cette information est disponible.

Grâce au modèle d'interrupteurs quasi idéaux, Kassakian [21] mentionne le fait que la structure du circuit ne change pas et, par le fait même, la structure du système d'équations ne change plus. En fait, seuls les coefficients du système d'équations changent lors des commutations. Par contre, puisque les impédances des interrupteurs doivent être substantiellement différentes des autres impédances du circuit, les interrupteurs introduisent une grande disparité dans les impédances du circuit. Cette disparité des impédances est source de plusieurs problèmes numériques.

Premièrement, à cause des erreurs d'arrondissement dans les simulations numériques, la présence, dans le circuit, d'une impédance très petite ou très grande peut saturer les équations. Certains termes des équations du circuit sont alors éliminés par les erreurs d'arrondissement, ce qui a le même effet que d'éliminer certaines composantes du circuit. La dynamique du circuit est alors modifiée, ce qui peut avoir comme effet de modifier le point d'opération et il arrive que la simulation s'écarte ou diverge du régime permanent après quelques minutes ou quelques heures de simulation. Les seules solutions à ce problème sont, d'un côté, de choisir les impédances ni trop grandes ni trop petites par rapport aux autres impédances du circuit ou, d'un autre côté, d'augmenter le nombre de chiffres significatifs dans le calcul numérique de façon à amoindrir l'effet des erreurs d'arrondissement.

Deuxièmement, la présence des interrupteurs ajoute des pôles parasites dans la dynamique du circuit. Souvent ces pôles supplémentaires sont beaucoup plus rapides que l'ensemble des pôles du circuit, une situation décrite par Hartley [13] et connue sous le nom de "rigidité" d'un système. Plus particulièrement, lorsque le rapport du pôle le plus grand sur le pôle le plus petit, appelé le coefficient de rigidité, est plus grand qu'environ 10, le système est considéré comme étant rigide :

$$K = \frac{\max(\lambda)}{\min(\lambda)} > 10 \quad (2.2)$$

Le problème de rigidité des systèmes est particulièrement difficile à traiter. Les pôles parasites rapides exigent des méthodes de simulation compliquées ou l'utilisation d'un pas de calcul très petit, incompatible avec les contraintes du temps réel. Avec les méthodes de simulation habituelles, si le pas de calcul est trop grand, le système d'équations devient mal conditionné et sa solution perd beaucoup de précision, pouvant même devenir instable. Tandis que Hartley [13] suggère d'utiliser des méthodes de simulation non conventionnelles qui impliquent l'utilisation de méthodes d'intégration numérique sophistiquées telle que la méthode de placement de région de stabilité des matrices (MSRP). Ces méthodes sont souvent très dispendieuses en temps d'exécution et il n'est pas démontré qu'elles pourraient satisfaire les exigences des simulations en temps réel, surtout lorsque le circuit change continuellement sous l'action des interrupteurs.

2.3 Sources et effets des imprécisions

Les imprécisions qui dégradent la qualité des simulations en temps réel des circuits de puissance proviennent essentiellement de deux sources. La première de ces sources est l'utilisation d'une méthode de simulation à pas fixe imposée par la simulation en temps réel, tel que discuté dans la section 2.1, qui introduit un retard de commutation sous la forme d'un décalage entre l'instant de commutation réel et l'instant de commutation simulé, comme le décrivent Wong [3], Luciano [4], Bedrosian [8], Kuffel [10], Verma [23] et Gole [24]. L'autre source d'erreur provient essentiellement du modèle simplifié de l'interrupteur qui suppose que les commutations sont instantanées. Puisque le circuit devient discontinu, il est difficile d'évaluer correctement les conditions initiales qui prévalent juste après la commutation d'un interrupteur et qui permettent de redémarrer la simulation, notion présentée par Opal [5][6], Zuhao [7] et Bedrosian [8]. Aussi, les commutations étant instantanées, il arrive que plusieurs commutations se produisent simultanément; une commutation en déclenche une autre et ainsi de suite. Chacune de ces commutations se produit au même instant et toutes doivent être évaluées correctement.

2.3.1 Retard de commutation

L'instant d'une commutation est déterminé par la concrétisation de certaines conditions. Par exemple, la diode commute selon la polarité de la tension à ses bornes, tandis que le thyristor s'amorce lorsqu'une impulsion apparaît à sa gâchette et s'éteint lorsque le courant qui le traverse devient nul. Le TRIAC, quant à lui, change d'état selon qu'un signal est présent ou non à sa gâchette. Dans la grande majorité des cas, les conditions qui déclenchent la commutation d'un interrupteur dépendent des signaux du circuit, obtenus à intervalles fixes. Il arrive aussi qu'elles dépendent d'un signal de référence indépendant du circuit. Dans tous les cas, ce n'est qu'au pas de calcul suivant la concrétisation de ces conditions que la simulation peut déterminer si une commutation doit avoir lieu ou non. Puisque les équations du circuit ont déjà été évaluées et, à moins de les réévaluer immédiatement au même pas de calcul, ce n'est qu'au pas de calcul suivant que le changement d'état de l'interrupteur sera pris en compte. Le retard entre l'instant réel et l'instant simulé de cette commutation peut être aussi grand que deux pas de calcul et aussi petit qu'un pas de calcul complet, tel que suggéré par De Kelper [25] et comme le représente la figure 20 ci-dessous. L'instant θ est l'instant réel auquel la commutation doit avoir lieu, la décision de commuter est prise à l'instant $t(n)$ et le premier point obtenu avec le nouvel état de l'interrupteur se situe à l'instant $t(n+1)$.

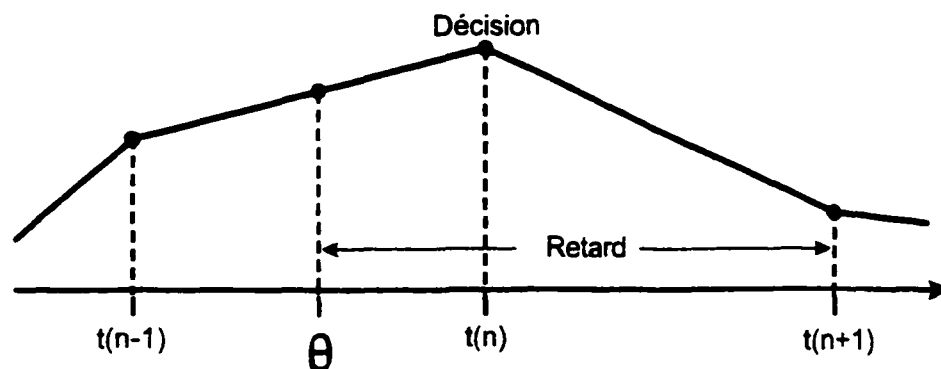


Figure 20 - Représentation du retard de commutation

Kuffel [10] et Gole [24] considèrent que les effets du retard de commutation peuvent être regroupés en deux catégories, selon qu'ils se font sentir au niveau du comportement du circuit lui-même ou au niveau du comportement de la commande qui contrôle le circuit. La première catégorie est plus facilement mise en évidence en l'absence de commande, donc en l'absence de boucle de rétroaction. Pour l'étudier, prenons l'exemple d'un circuit simple de redresseur à simple alternance, reproduit dans la figure 21 ci-dessous, qui ne dépend pas d'une boucle de rétroaction.

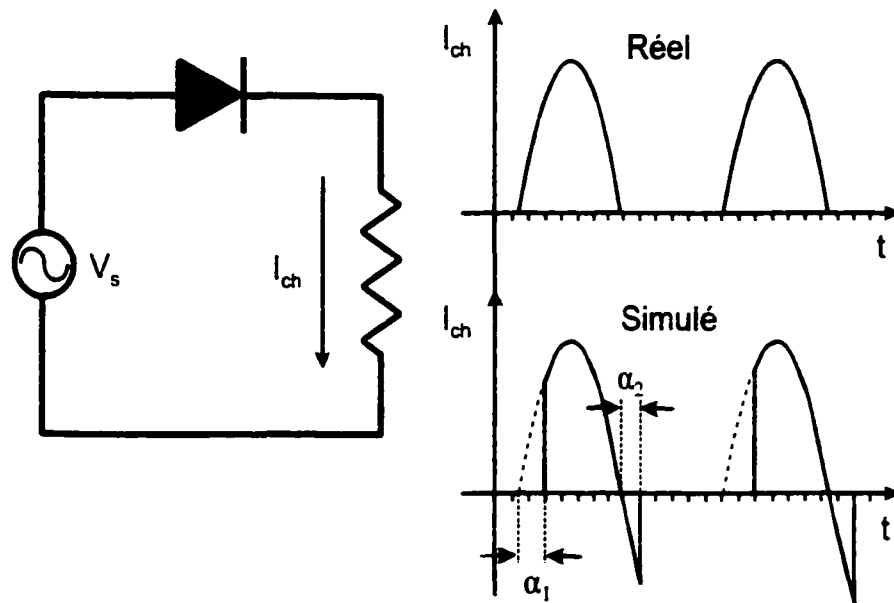


Figure 21 - Effet du retard de commutation sur un redresseur à simple alternance

Lorsque la commutation des interrupteurs est périodique, comme dans le cas du redresseur de la figure 21, et que le pas de calcul ne coïncide pas avec les instants de commutation, comme dans la plupart des cas.. La durée de conduction de la diode n'est donc pas constante et, surtout, les temps de conduction de la diode ne respectent pas le comportement normal d'une diode idéale. La diode ne conduit pas dès que sa tension anode-cathode devient positive et n'arrête pas de conduire dès que le courant qui la traverse devient nul.

Pour avoir une meilleure idée de l'impact du retard de commutation sur les résultats de simulation du redresseur de la figure 21, supposons sans perte de généralité que la fréquence de calcul est un multiple entier de la fréquence fondamentale du circuit. Dans ce cas, le retard de commutation est constant d'un cycle à l'autre et une analyse par la méthode de la série de Fourier est possible. En supposant que le retard d'amorçage de la diode est α_1 et que le retard d'extinction est de α_2 , alors la tension moyenne de la charge sera

$$\begin{aligned} V_{CH} &= \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_1}^{\pi+\alpha_2} \sqrt{2}V_s \sin(\omega t) d(\omega t) \\ &= \frac{\hat{V}_s}{2\pi} (\cos(\alpha_1) + \cos(\alpha_2)) \end{aligned} \quad (2.3)$$

L'erreur de la tension moyenne de la charge, par rapport à la tension moyenne lorsque α_1 et α_2 sont non-nuls, est

$$\Delta V_{CH} = 1 - \frac{(\cos(\alpha_1) + \cos(\alpha_2))}{2} \quad (2.4)$$

En plus de modifier la tension moyenne de la charge, les retards de commutation introduisent des harmoniques non caractéristiques. Lorsque les retards de commutation sont nuls, la tension V_{CH} de la charge contient les harmoniques paires uniquement, tandis qu'en présence de retards de commutation, la tension V_{CH} de la charge contient toutes les harmoniques paires et impaires, dont les coefficients sont donnés ci-dessous :

$$a_1 = \frac{V_s}{2\pi} (\alpha_1 + \alpha_2 - \sin(\alpha_2)\cos(\alpha_2) - \sin(\alpha_1)\cos(\alpha_1)) \quad \text{pour } n = 1 \quad (2.5)$$

$$a_n = \frac{V_s}{\pi(n^2 - 1)} \left(\begin{aligned} &(-1)^n (n \cos(n\alpha_2) \sin(\alpha_2) - \sin(n\alpha_2) \cos(\alpha_2)) \\ &+ (n \cos(n\alpha_1) \sin(\alpha_1) - \sin(n\alpha_1) \cos(\alpha_1)) \end{aligned} \right) \quad \text{pour } n = 2,3,4,5,\dots \quad (2.6)$$

$$b_1 = \frac{V_s}{4\pi} (\cos(2\alpha_2) + \cos(2\alpha_1)) \quad \text{pour } n = 1 \quad (2.7)$$

$$b_n = \frac{-V_s}{\pi(n^2 - 1)} \left(\begin{aligned} &(-1)^n (n \sin(n\alpha_2) \sin(\alpha_2) + \cos(n\alpha_2) \cos(\alpha_2)) \\ &+ (n \sin(n\alpha_1) \sin(\alpha_1) + \cos(n\alpha_1) \cos(\alpha_1)) \end{aligned} \right) \quad \text{pour } n = 2,3,4,5,\dots \quad (2.8)$$

Dans le cas plus général où les retards de commutation ne sont pas constants d'un cycle à l'autre, comme le décrivent De Kelper [25] et Verma [23], l'effet des retards sur le système est encore plus grand. La tension moyenne de la charge n'est plus constante d'un cycle à l'autre et son contenu harmonique est plus important. Lorsque le circuit contient plusieurs interrupteurs, comme dans le cas d'un pont redresseur, tel que celui représenté dans la figure 22 ci-dessous, chaque interrupteur ne subit pas les mêmes retards de commutation et l'impact sur les résultats est encore plus grand.

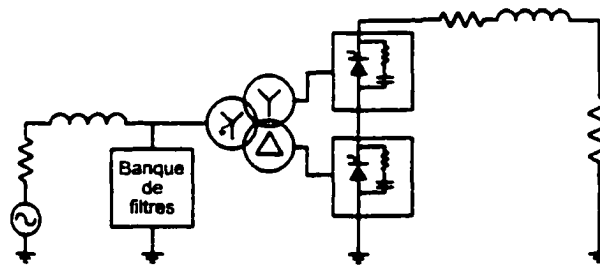


Figure 22 - Exemple d'un pont redresseur

Les harmoniques non caractéristiques introduites par les retards de commutation des 12 interrupteurs du pont font fluctuer le courant redressé qui circule dans la charge, décrit par De Kelper [25]. La figure 23 ci-dessous montre, dans un cas, le courant de la charge lorsque les interrupteurs subissent des retards de commutation et, dans l'autre cas, lorsque qu'ils ne subissent pas de retards.

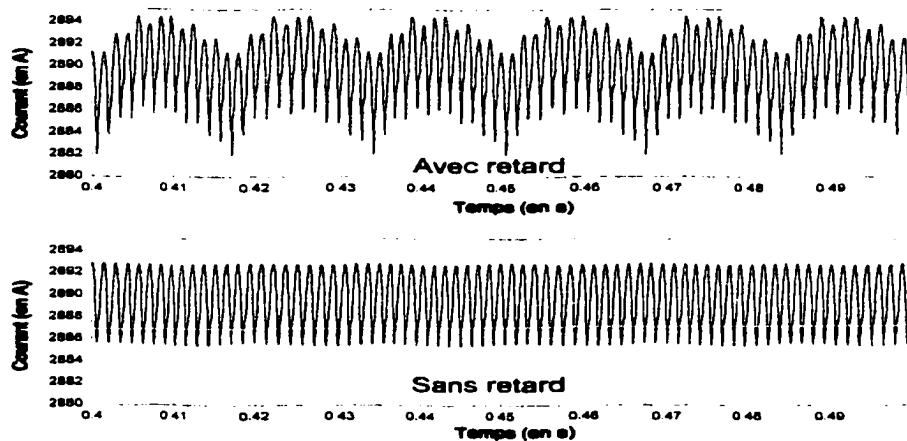


Figure 23 - Fluctuations causées par les retards de commutation

La deuxième catégorie d'effets des retards de commutation, les effets sur la commande, est plus difficile à détecter dans les résultats des simulations. En effet, puisque la commande compense l'erreur entre la consigne et la sortie du circuit, la commande atténue l'effet des retards de commutation sur le signal de sortie. Par exemple, dans le redresseur de la figure 22, si le signal de sortie qui doit être compensé est le courant redressé de la charge alors la commande compense en partie les fluctuations de ce courant. Par contre, cette compensation est obtenue au prix d'un effort de commande supplémentaire. Dans certains cas, le système simulé exige que la commande fasse de très petits ajustements, par exemple, lors de l'étude de la modulation de HTCC pour l'atténuation des oscillations des résonances sous-synchrones dans les générateurs connectés à un convertisseur CC, décrit par Gole [24]. Ce type de montage ne peut tout simplement pas être simulé en présence de retard de commutation, à moins d'utiliser un pas de calcul très petit. Finalement, l'effet des retards de commutation peut rendre le système compensé carrément instable.

2.3.2 Conditions initiales après commutation

Le problème des conditions initiales d'un système est de première importance dans la simulation car ces valeurs déterminent le point d'opération initiale du système à partir duquel, connaissant sa dynamique, il est possible de déterminer son évolution. Habituellement, ces conditions initiales sont fixées arbitrairement à zéro et le système est considéré initialement au repos. Par contre, lorsque le système contient des discontinuités, comme dans le cas des circuits avec interrupteurs et décrit par Opal [5][6], Zuhao [7] et Bedrosian [8], la dynamique du système change lors du passage par la discontinuité. En fait, on a affaire à deux systèmes différents, un système avec sa dynamique propre avant la discontinuité et un autre système avec une autre dynamique après la discontinuité. Il est essentiel de déterminer avec exactitude les conditions initiales qui démarrent l'évolution du deuxième système et qui ne sont pas nécessairement nulles, puisque le système a malgré tout évolué depuis l'état de repos par l'effet de la dynamique du premier système.

Pour simplifier les explications, prenons l'exemple du circuit simple présenté dans la figure 24a ci-dessous. Supposons aussi, par souci de simplicité, que l'interrupteur est idéal, donc qu'il commute instantanément et que son impédance à l'état ouvert est infinie tandis qu'elle est nulle à l'état fermé. Alors, la figure 24b représente le circuit lorsque l'interrupteur est fermé, et la figure 24c représente le circuit lorsque l'interrupteur est ouvert.

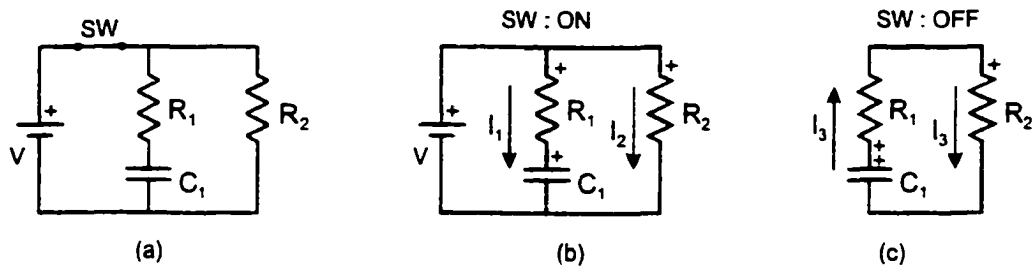


Figure 24 - Conditions initiales après commutation d'un circuit simple

Supposons, encore, que l'interrupteur est initialement fermé et que le condensateur C_1 se charge. Au moment précis où l'interrupteur est ouvert, le condensateur C_1 commence à se décharger dans les résistances et voit son courant changer de direction instantanément. Si le circuit avait atteint le régime permanent avant que l'interrupteur ne s'ouvre, donc que le courant du condensateur est devenu nul, alors à l'ouverture de l'interrupteur, un courant relativement important s'établit instantanément au travers du condensateur. Dans les deux cas, le nouveau courant qui s'établit dans le circuit détermine le nouveau point d'opération du circuit à partir duquel le circuit évolue.

Il est relativement simple de déterminer la valeur de ce nouveau courant pour un circuit aussi simple. Par contre, lorsque le circuit est de grande dimension, comme c'est le cas pour les circuits de puissance ou les réseaux électriques, la tâche peut s'avérer extrêmement difficile.

2.3.3 Commutations simultanées

À la suite d'une commutation, il arrive que le nouveau point d'opération satisfasse les conditions requises pour le déclenchement de la commutation d'un autre interrupteur. Dans ce cas, comme le mentionne Opal [6], Bedrosian [8], Sana [9] et Mosterman [20], et à cause de l'hypothèse que les commutations sont instantanées, cet autre interrupteur commute immédiatement et au même instant que le premier, établissant ainsi un autre point d'opération. Le système est donc passé par un point d'opération intermédiaire avant de se retrouver au point d'opération qui permet au système de continuer à évoluer et à la simulation de se poursuivre.

Prenons, par exemple, le circuit de la figure 25 ci-dessous qui contient un interrupteur initialement fermé et une diode initialement ouverte. Au moment où l'interrupteur s'ouvre (mode 1), le seul chemin possible pour le courant de l'inductance passe par la diode. La diode voit alors sa polarité changer et se ferme, établissant ainsi un nouveau mode d'opération (mode 2) où l'inductance est court-circuitée par la diode. La fermeture de la diode coïncide parfaitement avec l'ouverture de l'interrupteur, sinon le circuit se retrouve dans un mode d'opération ambigu où l'inductance est, à toutes fins utiles, en circuit ouvert.

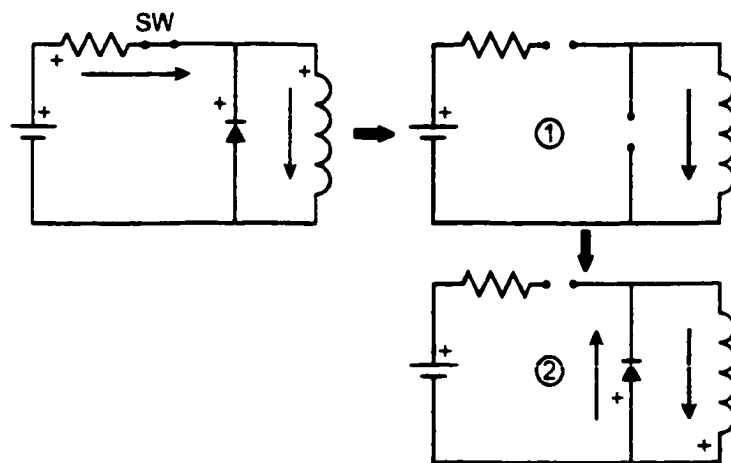


Figure 25 - Exemple de commutation simultanée

L'exemple de la figure 25 permet de mettre en évidence la possibilité que certains modes d'opération transitoires puissent être ambigus. En effet, lorsque l'interrupteur s'ouvre, l'inductance se retrouve en circuit ouvert jusqu'à ce que la diode conduise. Ce mode d'opération ne peut pas réellement exister et ne doit pas être permis dans la simulation. Il est donc primordial de permettre à la diode de commuter simultanément avec l'interrupteur.

Dans des circuits plus compliqués, plusieurs commutations simultanées peuvent se produire et chacune doit être traitée correctement jusqu'à ce que le système s'établisse dans un mode d'opération qui permet à la simulation de se poursuivre. Ce processus est souvent compliqué et exige certainement beaucoup d'efforts et de temps.

Les conditions qui déterminent s'il doit y avoir une commutation simultanée, sont déterminées essentiellement par les conditions initiales qui prévalent juste après qu'un interrupteur a changé d'état. Ceci donne une importance plus grande au calcul précis de ces conditions initiales. D'autant plus, que les conditions initiales après chaque commutation simultanée déterminent si d'autres commutations simultanées doivent avoir lieu. Des conditions initiales imprécises peuvent rapidement amener le système dans un mode d'opération tout à fait erroné.

Les commutations simultanées ne sont pas rares dans la simulation de circuits de puissance. On peut penser, par exemple, à la diode que l'on retrouve habituellement en antiparallèle avec les MOSFET. Il arrive aussi très fréquemment que les interrupteurs d'un même bras d'onduleur commutent en opposition, simultanément. Lorsqu'un interrupteur ouvre, l'autre ferme immédiatement et vice versa.

CHAPITRE 3

MÉTHODE DE COMMUTATION PRÉCISE

Certains des travaux présentés dans le chapitre 1 proposent des méthodes assez élaborées pour effectuer les commutations des interrupteurs, mais sont incompatibles avec les exigences des simulations en temps réel. Tandis que d'autres travaux plus récents, conçus spécifiquement pour répondre aux exigences des simulations en temps réel, laissent en suspens plusieurs problèmes tels que le calcul des conditions initiales, les commutations simultanées et la mise à jour du système d'équations.

La méthode, présentée dans ce chapitre, vise à répondre à l'ensemble des problématiques énoncées dans le chapitre 2. S'appuyant sur les travaux les plus récents, décrits dans le chapitre 1, la méthode proposée ici prolonge ces travaux par l'ajout de solutions aux problèmes laissés en suspens. En plus de fournir une solution au problème des retards de commutation, la méthode propose une technique efficace pour résoudre et pour optimiser le calcul des conditions initiales et propose une manière de traiter les commutations simultanées. Aussi, la méthode suggère quelques techniques pour optimiser la simulation des commutations. D'autres techniques d'optimisation des calculs des commutations et qui dépendent de la structure du système d'équations, seront présentées dans les chapitres subséquents.

3.1 Hypothèses de base de la méthode de commutation précise

La méthode de commutation précise présentée dans ce document s'appuie sur quelques hypothèses nécessaires pour assurer la validité de la méthode. Ces hypothèses, tout en permettant à la méthode de fournir une solution viable à une foule de systèmes, imposent certaines limitations. Il semble donc important de commencer ce chapitre par un énoncé des hypothèses qui sous-tendent la méthode de commutation précise.

La première hypothèse concerne la linéarité du circuit. La méthode de commutation précise proposée suppose que le circuit est linéaire entre les commutations, soit que le circuit est linéaire par morceau. Grâce à cette hypothèse, la solution du système est beaucoup plus simple. Par contre, ceci est très limitatif car de nombreux circuits ne respectent pas cette exigence. Il est possible de relaxer quelque peu cette exigence en supposant que le pas de calcul est suffisamment petit par rapport à la dynamique du circuit. Dans ce cas et grâce aux approximations des petits signaux, on peut supposer que le comportement du circuit est linéaire dans un petit voisinage de la commutation, par exemple, entre les deux pas de calcul situés de part et d'autre de la commutation.

La deuxième hypothèse suppose que les commutations sont instantanées. De cette façon, les commutations produisent des discontinuités dans la simulation du circuit. Par cette hypothèse, le phénomène de la commutation dure un temps nul et les équations qui permettent de calculer le nouveau point d'opération, après la commutation, ne dépendent pas du temps. Par contre, cette hypothèse impose une limitation supplémentaire. En effet, si les commutations sont instantanées, les pertes de commutation doivent être nulles. Donc, l'hypothèse des pertes de commutation nulles sera considérée comme un corollaire à l'hypothèse des commutations instantanées.

Puisque nous ne sommes intéressés qu'au comportement macroscopique du circuit qui contient des interrupteurs, dans une simulation en temps réel de circuit de puissance, le modèle choisi pour les interrupteurs sera limité au modèle quasi-idéal et au modèle hybride présentés dans le chapitre 2. Dans le modèle quasi idéal, l'interrupteur est modélisé par une résistance à deux états, une faible résistance lorsque l'interrupteur conduit et une résistance élevée lorsque l'interrupteur ne conduit pas. Tandis que, dans le modèle hybride, l'interrupteur est modélisé par une faible résistance lorsque l'interrupteur conduit et par une résistance infinie, lorsqu'il ne conduit pas. Le modèle quasi idéal sera utilisé lorsque l'interrupteur n'est pas accompagné d'un circuit d'amortissement. Dans ces situations, un

modèle idéal ou hybride produirait un changement de topologie du circuit et pourrait produire des noeuds flottants. Le modèle hybride sera utilisé à chaque fois que l'interrupteur est accompagné d'un circuit amortisseur. Ainsi, grâce au circuit amortisseur, l'ouverture de l'interrupteur ne cause pas un bris de connexion entre les deux noeuds auxquels est connecté l'interrupteur et ne change donc pas la topologie du circuit. Tout ce qui est présenté dans ce document suppose que le modèle quasi idéal ou hybride peut être utilisé indifféremment. La seule exception à cette règle sera présentée dans les chapitres 4 et 5 lorsque la méthode d'optimisation de la mise à jour du système d'équations sera présentée. Dans ce cas, la méthode de mise à jour des équations du système sera améliorée grâce à l'utilisation du modèle hybride, pourvu que les interrupteurs soient accompagnés d'un circuit amortisseur.

Finalement, il semble important de mentionner que l'utilisation d'un circuit amortisseur n'est pas exigée par la méthode de commutation précise, mais est souhaitée. En effet, ni l'utilisation ni le choix du circuit amortisseur ne sont essentiels au bon fonctionnement de la méthode. Lorsque les interrupteurs du circuit ne sont pas accompagnés d'un circuit amortisseur, alors le modèle quasi idéal doit être utilisé pour modéliser les interrupteurs. Par contre, si les interrupteurs sont normalement accompagnés d'un circuit amortisseur, alors les interrupteurs peuvent être modélisés par le modèle hybride, offrant ainsi quelques optimisations supplémentaires. Dans ce cas, le choix du circuit d'amortissement n'est pas un facteur critique et peut être choisi indépendamment de la méthode de commutation.

3.2 Concept général de la méthode de commutation précise

Le principe de base de la méthode de commutation précise est assez simple en soi. En se basant sur les hypothèses que l'interrupteur est représenté par un modèle simplifié et que les commutations sont instantanées, tel que décrit dans le chapitre 1, la méthode consiste en une procédure en trois étapes. Les signaux du circuit sont d'abord calculés à l'instant précis de la commutation, avant le changement d'état des interrupteurs, suivi du calcul des

signaux du circuit juste après le changement d'état des interrupteurs. La procédure se termine par le calcul des signaux au pas de calcul normal suivant la commutation. Cette procédure est illustrée à la figure 26 ci-dessous.

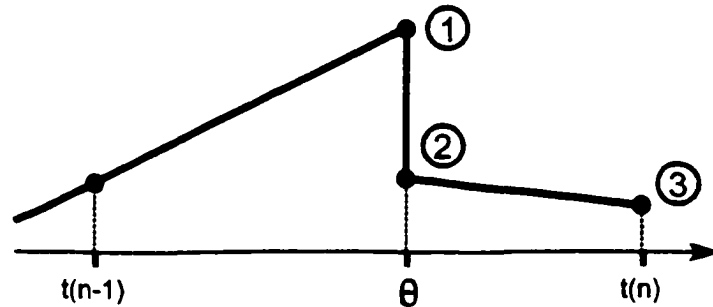


Figure 26 - Représentation de la méthode de commutation en 3 étapes

Après chaque pas de calcul, la logique de commutation des interrupteurs est évaluée. Si un interrupteur doit changer d'état, alors l'instant de commutation θ est évalué par une interpolation linéaire, tel que représenté dans la figure 27 ci-dessous. Du moment que le pas de calcul est suffisamment petit, les signaux de la simulation peuvent être représentés par une droite, entre deux pas de calcul, comme le mentionne Hartley [13], et selon Sana [9], Kuffel [10], Strunz [11], Do [12] et Gole [24], l'interpolation est relativement précise. Par exemple, en supposant que $y(n-1)$ et $y(n)$ représentent les valeurs aux instants $t(n-1)$ et $t(n)$ d'un signal sur lequel se base la logique de commutation d'un interrupteur pour décider si

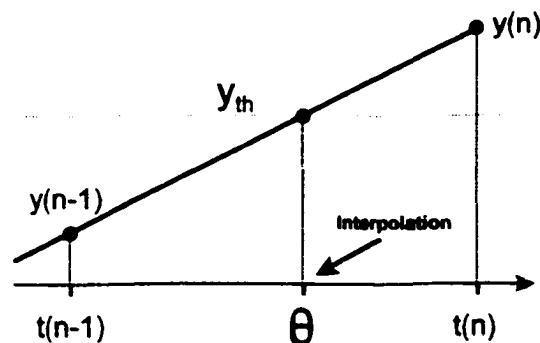


Figure 27 - Évaluation de l'instant de commutation

une commutation doit avoir lieu et en supposant que y_{th} représente la valeur "seuil" de commutation, alors l'instant de commutation est obtenu par l'équation d'interpolation linéaire suivante :

$$\theta = t(n-1) + T \frac{(y_{th} - y(n-1))}{(y(n) - y(n-1))} \quad (3.1)$$

Connaissant l'instant de commutation, grâce à cette technique, le processus de commutation est enclenché et suit les trois étapes décrites ci-après.

3.2.1 Étape 1 : Calcul des signaux à l'instant de la commutation

Les tensions et les courants du circuit à l'instant de la commutation, le point 1 de la figure 28, sont assez faciles à obtenir à partir du moment où l'instant de commutation est connu. Puisque les interrupteurs n'ont pas encore changé d'état à ce moment, ces signaux peuvent être évalués par l'une de deux méthodes. La première méthode consiste à recalculer le système d'équations du circuit en utilisant, comme nouveau pas de calcul, l'intervalle entre le pas de calcul précédent $t(n-1)$, de la figure 28, et l'instant θ de la commutation. Le système d'équations doit donc être rediscrétisé avec ce nouveau pas de calcul. C'est la méthode la plus précise d'évaluer les signaux du circuit à l'instant de la commutation. Par contre, la rediscrétisation du système d'équations exige un travail relativement important.

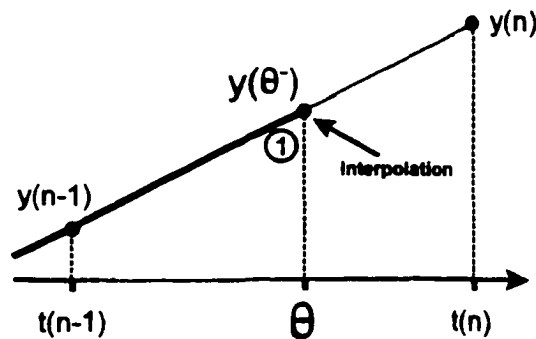


Figure 28 - Évaluation des signaux à l'instant θ avant la commutation

L'autre méthode consiste en une simple interpolation linéaire entre les valeurs des signaux obtenus aux instants $t(n-1)$ et $t(n)$ de part et d'autre de l'instant de commutation θ . Par exemple, en supposant que $y(n-1)$ et $y(n)$ représentent l'ensemble des signaux du circuit aux instants $t(n-1)$ et $t(n)$, alors les signaux $y(\theta^-)$ à l'instant θ^- de la commutation seront :

$$y(\theta^-) = y(n-1) + (y(n) - y(n-1)) \frac{(\theta - t(n-1))}{T} \quad (3.2)$$

Cette méthode est moins précise que la première car elle suppose que la courbe des signaux, entre ces deux pas de calcul, est représentée par une droite. Ceci est vrai seulement si le pas de calcul est suffisamment petit pour que cette approximation soit valide. Malgré tout, puisque le pas de calcul est habituellement choisi selon la dynamique du système à simuler, indépendamment de la présence de discontinuités. Et puisqu'un pas de calcul trop grand rend la simulation imprécise, car les signaux qui doivent être simulés change trop entre deux pas de calcul. Le pas de calcul utilisé est habituellement suffisamment petit pour que l'interpolation soit précise. Cette méthode requiert beaucoup moins d'effort de calcul que la première méthode et fut, pour ces raisons, utilisée dans les travaux les plus récents décrits dans le chapitre 1.

3.2.2 Étape 2 : Calcul des conditions initiales après commutation

Le calcul des conditions initiales après commutation est le point crucial de la méthode de commutation précise présentée dans cet ouvrage. C'est par ce calcul que la simulation peut se poursuivre correctement puisque les conditions initiales déterminent le nouveau point d'opération du circuit à partir de l'instant où les interrupteurs ont changé d'état, soit le point 2 de la figure 29. Le nouveau point d'opération détermine le nouvel écoulement d'énergie dans le circuit par lequel, et selon la nouvelle dynamique du circuit, le circuit évolue vers ses états futurs.

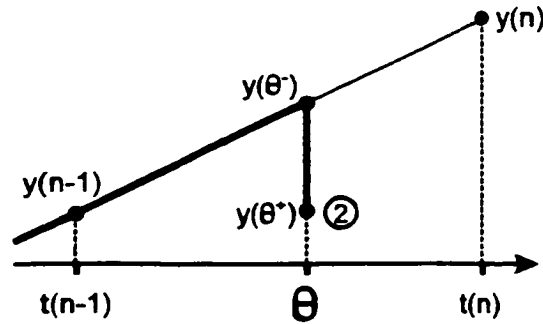


Figure 29 - Évaluation des conditions initiales après commutation

Au moment de la commutation, le circuit a accumulé une certaine quantité d'énergie, répartie dans les composantes réactives du circuit tels que les condensateurs et les inductances. Selon le principe de conservation de l'énergie et puisque les commutations sont considérées comme étant instantanées, l'énergie totale accumulée dans le circuit est conservée lors de la commutation, comme le mentionne Mosterman [20]. De la même façon, l'énergie accumulée dans chaque composante réactive est aussi conservée, sauf dans certaines situations qui seront décrites plus loin. Un nouvel écoulement d'énergie s'établit et est déterminé par la distribution instantanée des énergies et la nouvelle topologie du circuit.

L'écoulement d'énergie dans une inductance est déterminé par la tension aux bornes de cette inductance, tandis que son énergie accumulée est déterminée par le flux magnétique ou le courant qui traverse l'inductance. Par exemple, l'énergie accumulée dans l'inductance à l'instant θ est

$$E_L(\theta) = \frac{1}{2L} \Lambda^2(\theta) = \frac{1}{2} L i_L^2(\theta) \quad (3.3)$$

où Λ est le flux magnétique, i_L est le courant de l'inductance et L est la valeur de l'inductance.

Tandis que le flot d'énergie dans l'inductance, sa variation de l'énergie en fonction du temps ou sa puissance, à l'instant θ est

$$\left. \frac{dE_L(t)}{dt} \right|_{t=\theta} = P_L(\theta) = \frac{1}{2} L \left. \frac{di_L^2(t)}{dt} \right|_{t=\theta} = Li_L(\theta) \left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{t=\theta} = i_L(\theta) v_L(\theta) \quad (3.4)$$

$$v_L(\theta) = L \left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{t=\theta} \quad (3.5)$$

De cette équation et puisque la commutation est instantanée, il est clair que le flot d'énergie est discontinu et la dérivée de l'énergie $E_L(t)$ est indéfinie, à l'instant θ de la commutation. De la même façon, le tension $v_L(t)$ est indéfini à l'instant θ . Par contre, cela ne veut pas dire que le flot d'énergie ou la tension de l'inductance est indéfini de part et d'autre de la discontinuité. En effet, comme le démontre Zuhao [7], Mosterman [20] et Filippov [26], la dérivée de l'énergie ou du courant peut être exprimée sous la forme d'une limite à gauche et d'une limite à droite de l'instant θ . Se faisant, les deux valeurs de la tension de l'inductance de part et d'autre de la discontinuité sont obtenues par les équations suivantes:

$$v_L(\theta^-) = L \lim_{\Delta t \rightarrow 0^-} \frac{i_L(\theta + \Delta t) - i_L(\theta)}{\Delta t} \quad (3.6)$$

$$v_L(\theta^+) = L \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{i_L(\theta + \Delta t) - i_L(\theta)}{\Delta t} \quad (3.7)$$

En réalité, la première de ces deux valeurs, la valeur $v_L(\theta^-)$, est facile à déterminer et fut obtenue lors de l'étape 1 par interpolation. Tandis que la deuxième valeur, soit $v_L(\theta^+)$, peut être obtenue indirectement en connaissant les tensions des autres composantes du circuit et en appliquant la loi des tensions de Kirchoff. La même analyse faite sur la tension de l'inductance peut être faite sur le flot d'énergie dans l'inductance. La valeur de la tension ainsi obtenue et le courant de l'inductance déterminent la distribution et le flot initiale d'énergie après la commutation. La figure 30 de la prochaine page montre un exemple du courant et de tension de l'inductance lors d'une commutation.

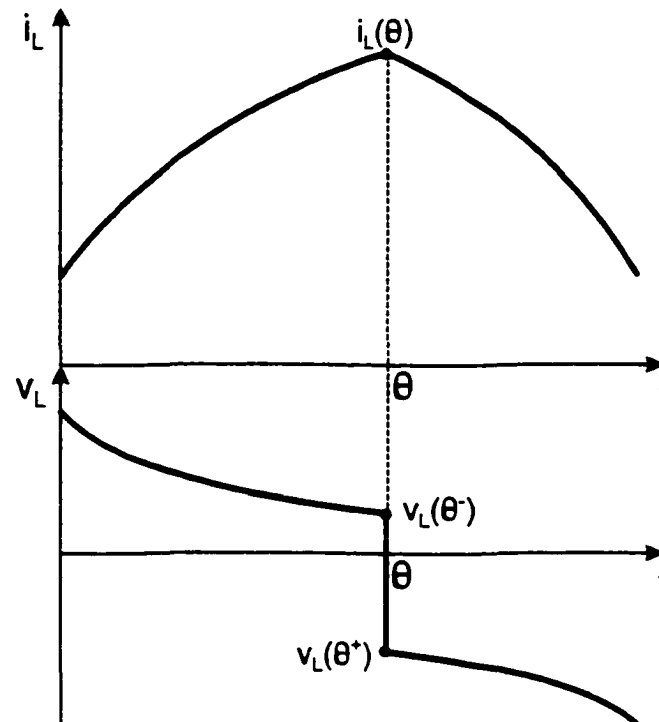


Figure 30 - Exemple de courant et tension d'inductance lors d'une commutation

De la même façon, l'écoulement d'énergie dans un condensateur est déterminé par le courant qui circule dans le condensateur, tandis que son énergie accumulée est déterminée par sa charge ou la tension à ses bornes. Le courant du condensateur est déterminé par la dérivée de la tension à ses bornes. Les valeurs du courant de part et d'autre de la discontinuité sont obtenues par la limite à gauche et la limite à droite de la variation du courant. Le courant $i_C(\theta^-)$ fut obtenu lors de l'étape 1 par interpolation, tandis que le courant $i_C(\theta^+)$ est déterminé en connaissant les courants des autres composantes du circuit et en appliquant la loi des courants de Kirchhoff.

Pour simplifier la tâche d'établir les équations qui régissent les tensions des inductances et les courants des condensateurs, après une commutation, il est possible de remplacer les inductances et les condensateurs du circuit par des équivalents et de développer les

équations à l'aide de ces équivalents. Puisque l'énergie accumulée dans les inductances ne change pas lors de la commutation, le courant des inductances ne change pas non plus et les inductances peuvent être remplacées temporairement par des sources de courant. De la même façon, l'énergie accumulée des condensateurs ne change pas, la tension à leurs bornes ne change pas non plus et les condensateurs peuvent être remplacés temporairement par des sources de tension. Le circuit devient purement résistif, ne contenant plus que des résistances, des sources de courant et des sources de tension, tel que dans l'exemple de la figure 31. La valeur des sources de courant et de tension équivalentes correspond aux valeurs des courants et des tensions des inductances et des condensateurs, avant la commutation.

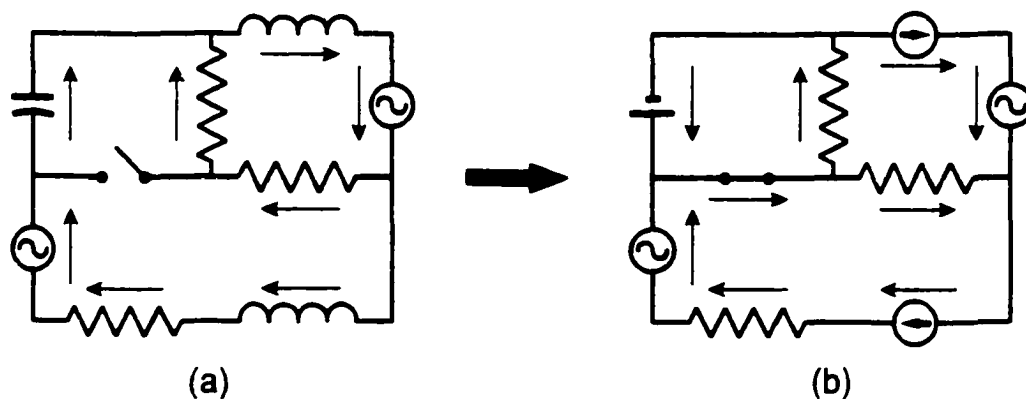


Figure 31 - Exemple de substitution pour le calcul des conditions initiales

Le circuit équivalent ne contenant plus que des résistances et des sources de courant et de tension, il est aisé de déterminer toutes les tensions et tous les courants du circuit. En d'autres mots, les tensions aux bornes des inductances et les courants traversant les condensateurs peuvent être évalués simplement. Ces tensions et ces courants établissent le nouvel écoulement d'énergie et, avec la distribution des énergies dans les composantes réactives, établissent le nouveau point d'opération selon la nouvelle topologie du circuit.

Grâce à cette technique, les conditions initiales qui déterminent le nouveau point d'opération du circuit, peuvent être évaluées en respectant le principe fondamental de conservation de l'énergie. Le système d'équations qui permet d'évaluer le circuit équivalent, est assez simple à bâtir en s'appuyant sur les lois des tensions et des courants de Kirchoff. Le système d'équations ainsi obtenu est composé strictement d'équations algébriques.

Il arrive que le nouveau point d'opération, obtenu grâce au calcul des conditions initiales, déclenche la commutation d'un autre interrupteur. Cette seconde commutation est simultanée avec la première. Le premier point d'opération est un point d'opération transitoire. Il est très fréquent que des commutations simultanées se produisent dans un circuit de puissance, tel que discuté dans le chapitre 2, section 2.3.3. Dans une telle situation, les conditions initiales doivent être recalculées avec la même technique, en tenant compte du nouvel état de l'interrupteur, soit le point 2a de la figure 32. La valeur des sources de tension et des sources de courant équivalentes, qui remplacent les inductances et les condensateurs du circuit, est maintenue à la valeur utilisée lors de la première commutation. Le système d'équations algébriques, utilisé lors du premier calcul des conditions initiales, est ensuite modifié pour tenir compte du nouvel état de l'interrupteur et est de nouveau utilisé pour calculer les nouvelles conditions initiales.

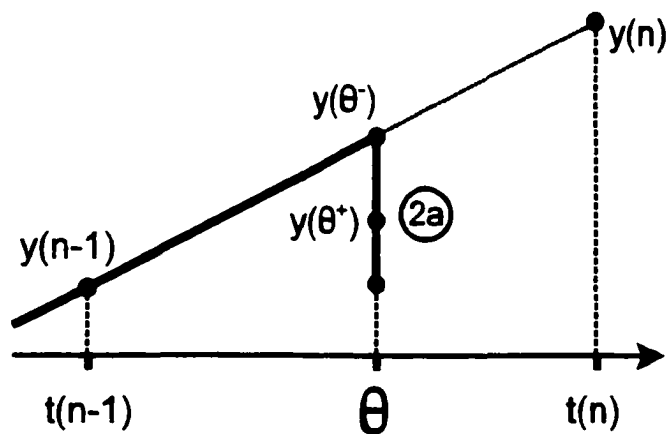


Figure 32 - Évaluation des conditions initiales suite à une commutation simultanée

Si une autre commutation simultanée se produit, le processus est répété jusqu'à ce qu'aucune autre commutation simultanée ne se produise. Ce n'est qu'à ce moment que la simulation peut continuer avec un nouveau point d'opération final. Tous les points d'opération intermédiaires ne sont que transitoires et seul le dernier est considéré comme le nouveau point d'opération du circuit.

Le fait de maintenir les sources équivalentes, de tension et de courant, à leur valeur initiale pendant tout le processus assure que la solution finale est cohérente. La solution du système, lors du calcul des conditions initiales, est obtenue à l'aide d'un système d'équations algébriques qui ne dépendent pas du temps et n'a donc pas de "mémoire" du passé. Le changement séquentiel de l'état des interrupteurs, peu importe l'ordre dans lequel la séquence est effectuée, est tout à fait équivalent au changement simultané de tous les interrupteurs de la séquence.

Dans l'éventualité où un point d'opération stable ne peut pas être atteint, soit un point d'opération qui permet à la simulation de se poursuivre, la simulation bloque à l'instant θ . Ceci peut se produire lorsqu'un point d'opération déjà atteint se répète dans la séquence des points d'opération intermédiaires. Dans cette éventualité, le circuit doit être considéré comme mal conçu. Le circuit contient alors un défaut de conception qui devrait être corrigé avant de reprendre la simulation.

3.2.3 Étape 3 : Calcul des signaux au pas de calcul après la commutation

La dernière étape du processus de commutation, représentée par le point 3 de la figure 33, consiste à avancer la simulation jusqu'à l'instant $t(n)$ du pas de calcul normal de la simulation. Comme dans le cas de l'étape 1, ceci est fait par une de deux méthodes. La première méthode consiste à avancer la simulation d'un petit pas en avant, dont la taille correspond à l'intervalle entre l'instant de commutation θ et le pas de calcul $t(n)$. Comme

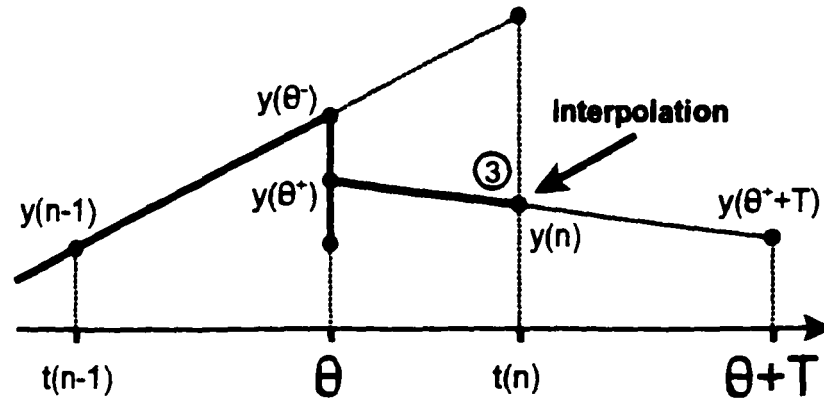


Figure 33 - Évaluation des signaux au pas de calcul après la commutation

précédemment, le système d'équations doit être rediscrétisé, ce qui est souvent jugé trop dispendieux en effort de calcul. L'autre méthode, proposée par Kuffel [10], Do [12] et Gole [24], consiste à avancer la simulation d'un pas de calcul complet après l'instant de commutation, soit à l'instant $\theta+T$. Ce pas de calcul amène la simulation à un point dépassé l'instant désiré $t(n)$. Les signaux ainsi obtenus sont ensuite interpolés à l'instant $t(n)$ de façon à resynchroniser la simulation avec le pas de calcul normal. Par exemple, en supposant que $y(\theta)$ et $y(\theta+T)$ représentent l'ensemble des signaux du circuit aux instants $t(\theta)$ et $t(\theta+T)$, alors les signaux $y(n)$ à l'instant $t(n)$ seront :

$$y(n) = y(\theta) + (y(\theta + T) - y(\theta)) \frac{(t(n) - t(\theta))}{T} \quad (3.8)$$

Pour les mêmes raisons que lors de l'étape 1, cette deuxième méthode est souvent préférable, car elle requiert moins d'effort de calcul. Elle est suffisamment précise dans la plupart des cas, du moins si le pas de calcul utilisé par la simulation est suffisamment petit.

L'ordinogramme, présenté dans la figure 34 de la page suivante, fournit une vue d'ensemble de l'algorithme de la simulation tel que défini par le processus de commutation qui vient d'être décrit. Il faut noter que ce processus ne tient compte que d'un seul instant de

commutation durant lequel plusieurs commutations simultanées peuvent se produire. Mais il est possible que d'autres commutations se produisent entre l'instant de commutation θ et le pas de calcul $t(n)$. Dans ce cas, le processus doit être répété pour tenir compte de ces nouvelles commutations. Le travail exigé de la simulation pour réaliser ces multiples commutations devient, dans ce cas, très contraignant et devrait être évité, autant que possible. Ceci peut d'ailleurs être vu comme une limite de l'algorithme et n'est donc pas traité plus en détail.

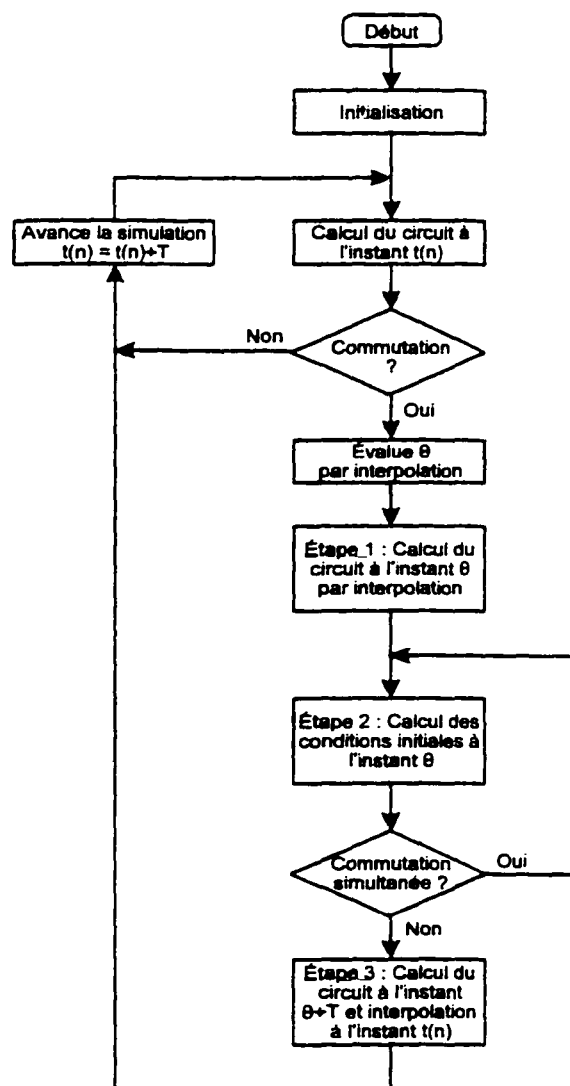


Figure 34 - Ordinogramme de la simulation avec la méthode de commutation précise

3.3 Optimisation du calcul des conditions initiales

La méthode de commutation précise en trois étapes, décrite dans la section précédente, exige un effort de calcul supplémentaire à la simulation et mérite qu'on tente d'en réduire l'impact. Cet effort supplémentaire n'est exigé que lors des pas de calcul où se produisent les commutations et est donc relativement occasionnel. Néanmoins, la performance de la simulation en temps réel dépend du pas de calcul ayant le temps d'exécution le plus long, ce qui est, de toute évidence, le pas de calcul où se produit les commutations.

Le temps d'exécution de la méthode de simulation dépend essentiellement de deux aspects. Le premier de ces aspects provient du fait que la topologie ou les paramètres du circuit changent lors de la commutation. Les équations du circuit doivent donc être modifiées pour tenir compte de la nouvelle configuration et cette mise à jour des équations exige beaucoup d'effort de calcul. Par contre, la nature même des modifications à apporter au système d'équations dépend entièrement de la structure de ce système d'équations, qui dépend à son tour de l'approche de simulation utilisée. La description de la méthode d'optimisation proposée pour ce problème est donc différée à plus tard, soit lorsque l'implantation de la méthode commutation dans l'approche nodale et dans l'approche par variable d'état seront présentées dans les chapitres 4 et 5.

Le deuxième aspect concerne le nombre de signaux qui doivent être traités lors du processus de commutation. En effet, les conditions initiales de nombreuses composantes réactives doivent être calculées lors de l'étape 2 et de nombreux signaux doivent être interpolés lors des étapes 1 et 3. La question est donc de savoir s'il est possible de réduire un tant soit peu le nombre de ces signaux. Bien heureusement, la nature même de la technique de calcul des conditions initiales fournit un moyen puissant de réduire cet effort.

3.3.1 Découplage lors du calcul des conditions initiales

La technique de calcul des conditions initiales propose de remplacer les composantes réactives par des sources d'énergie équivalentles. Les inductances sont remplacées par des sources de courant idéales et les condensateurs sont remplacés par des sources de tension idéales. Cette particularité de la méthode fournit un moyen efficace de diviser le circuit en plusieurs sous-circuits, lorsque des parties du circuit sont reliées par l'une ou l'autre de ces sources idéales. Par exemple, si un circuit est composé de deux parties A et B, reliées par une inductance, comme dans l'exemple de la figure 35a, lorsque l'inductance est remplacée par une source de courant idéale, le circuit peut être divisé en deux sous-circuits A et B, tel que dans la figure 35b. À chacun de ces deux sous-circuits est relié à la même source de courant idéale qui remplace l'inductance.

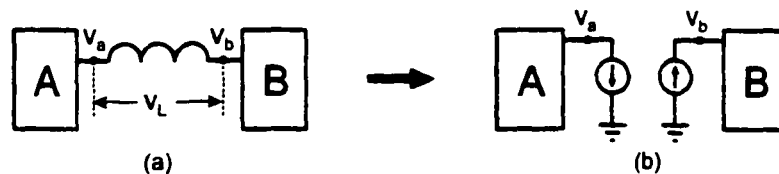


Figure 35 - Découplage à l'aide de l'inductance

De la même façon, si les deux parties du circuit sont reliées par un condensateur, tel que dans l'exemple de la figure 36a, le circuit peut être divisé en deux sous-circuits A et B, chacun relié à la source de tension idéale qui remplace le condensateur, comme dans la figure 36b.

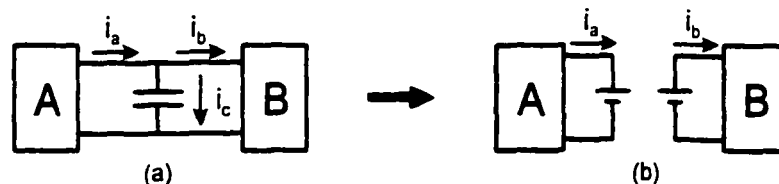


Figure 36 - Découplage à l'aide du condensateur

Les deux sous-circuits sont ainsi totalement découplés pour la durée de la commutation et sont donc modélisés par des systèmes d'équations tout à fait indépendants l'un de l'autre.

Ce découplage est très avantageux car seules les conditions initiales du sous-circuit, qui contient l'interrupteur qui a commuté, doivent être recalculées, réduisant ainsi considérablement l'effort requis pour le calcul des conditions initiales. Par exemple, si seulement le sous-circuit B contient un interrupteur qui commute, alors les conditions initiales des composantes du sous-circuit B doivent être calculées tandis que les conditions initiales dans le sous-circuit A ne changent pas et ne doivent donc pas être recalculées.

Pour finaliser le processus de calcul des conditions initiales, il est essentiel d'évaluer le nouveau flot d'énergie dans la composante qui sert d'élément de découplage. L'énergie accumulée dans l'inductance sous forme d'un courant ne change pas lors de la commutation, par contre la tension à ses bornes change. Cette tension doit être évaluée et est égale à la différence entre la tension du noeud de sortie du sous-circuit A et du noeud d'entrée du sous-circuit B, comme le représente la figure 35a. Dans le cas du condensateur, l'énergie accumulée sous forme d'une tension ne change pas lors de la commutation, par contre, le courant qui le traverse change. Par la loi des noeuds, ce courant est égal à la somme du courant sortant du sous-circuit A et du courant entrant du sous-circuit B, tel que représenté dans la figure 36a. En résumé

$$v_L(\theta^+) = v_a(\theta^-) - v_b(\theta^+) \quad (3.9)$$

$$i_c(\theta^+) = i_a(\theta^-) + i_b(\theta^+) \quad (3.10)$$

Ces deux équations définissent le nouveau flot d'énergie dans l'inductance et dans le condensateur et définissent en même temps le nouveau flot d'énergie entre le sous-circuit A et le sous-circuit B. Puisque le point d'opération du sous-circuit A ne change pas, l'équation de la tension de l'inductance dépend de la tension du noeud de sortie du sous-circuit A à l'instant θ^- avant la commutation, obtenue lors de l'interpolation de l'étape 1. De la même façon pour le courant du condensateur.

3.3.2 Signaux qui doivent et qui ne doivent pas être calculés

Les interpolations effectuées lors de l'étape 1 servent uniquement à déterminer la distribution des énergies dans le circuit au moment de la commutation. Donc, il n'est pas nécessaire d'interpoler tous les signaux du circuit. Par exemple, la tension aux bornes des résistances ou le courant qui les traverse ne représente aucune forme d'accumulation d'énergie et ne participe pas dans la distribution des énergies. De la même façon, la tension des noeuds du circuit ne représente pas non plus une accumulation d'énergie et il n'est pas nécessaire de les interpoler. Tandis que les tensions aux bornes des condensateurs et les courants traversant les inductances représentent des accumulations d'énergie et doivent être interpolées pour déterminer la distribution des énergies. Grâce à ceci, l'étape 1 peut se limiter à interpoler seulement les tensions des condensateurs, les courants des inductances, les tensions et courants des sources indépendantes, réduisant ainsi considérablement le nombre de signaux qui doivent être interpolés.

De la même façon, l'étape 2 sert uniquement à déterminer le nouveau flot d'énergie dans le circuit. Puisque la tension et le courant des résistances ne représentent pas une forme de flot d'énergie, mais seulement une dissipation d'énergie, il est nécessaire de les calculer que dans la mesure où ils servent pour le calcul des flots d'énergie dans les condensateurs et les inductances. Donc, selon le cas, seule la tension d'une résistance peut être utile, tandis que, dans d'autres cas, seul le courant de la résistance est nécessaire. Ceci est vrai aussi pour la tension des noeuds du circuit et les courants des branches. Le but ultime de l'étape 2 est de déterminer les tensions des inductances et les courants des condensateurs ainsi que les tensions et les courants des interrupteurs. Les seuls autres signaux qui doivent être calculés sont les signaux qui servent lors des calculs requis par les inductances, les condensateurs et les interrupteurs.

3.4 Méthode de commutation appliquée au modèle d'interrupteur idéal

Les problèmes associés à la simulation des commutations, lorsque les interrupteurs sont modélisés par un modèle idéal, furent présentés dans le chapitre 2. Ces problèmes proviennent essentiellement du fait que le circuit change de topologie car des connexions du circuit sont soit établies soit brisées. Lorsque ceci se produit, plusieurs situations problématiques peuvent se présenter. Par exemple, deux inductances ou deux condensateurs peuvent être mis en dépendance l'une de l'autre. Aussi, une inductance ou un condensateur peuvent être mis en dépendance avec une source de courant ou de tension, respectivement. Finalement, une branche inductive ou capacitive peut devenir court-circuitée ou isolée. Toutes ces situations doivent être traitées avec soin car elles peuvent avoir des conséquences importantes pour la simulation.

3.4.1 Dépendance accumulateur-accumulateur

Lors des commutations, il arrive que deux accumulateurs d'un même type soient mis en dépendance l'un de l'autre, par exemple, lorsque l'ouverture d'un interrupteur a l'effet de rendre dépendant le courant de deux inductances, tel que représenté dans la figure 37a ou lorsque la fermeture d'un interrupteur met deux condensateurs en dépendance, tel que dans la figure 37b, comme l'on décrit Opal [5][6], Bedrosian [8], Mosterman [20] et Dirkman [22].

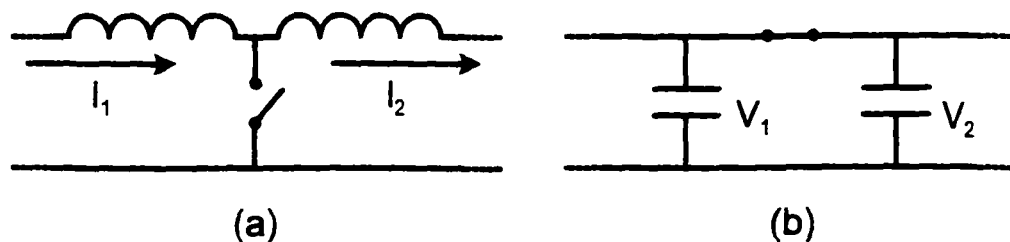


Figure 37 - Dépendance accumulateur-accumulateur

En supposant que les interrupteurs sont idéaux et qu'ils commutent instantanément, les courants des deux inductances ou les tensions des deux condensateurs deviennent égaux instantanément. Puisque le courant est une manifestation de l'énergie cinétique accumulée dans l'inductance et que la tension est une manifestation de l'énergie potentielle accumulée dans le condensateur, ce changement brusque d'énergie n'est possible que si un flot d'énergie infini redistribue les énergies accumulées. Il faut donc qu'une tension infinie soit appliquée aux inductances et un courant infini soit appliqué aux condensateurs, pendant un instant infiniment court. C'est le phénomène l'impulsion de tension ou de courant, proposée dans plusieurs travaux antérieurs. En temps normal, dans un vrai circuit, un tel phénomène ne serait pas parfaitement instantané. Par contre, il serait toujours destructif. Mais puisque, dans une simulation, les composantes sont indestructibles et à moins de modéliser les caractéristiques de détérioration des composantes, les conséquences sont uniquement de nature numérique et de durée nulle.

Ce phénomène de redistribution instantanée du flux ou des charges dans les inductances et les condensateurs peut sembler en contradiction avec le principe de conservation de l'énergie. Mais en réalité, l'énergie totale du couple d'accumulateurs est conservée, un accumulateur a perdu une partie de son énergie tandis que l'autre en a acquis une quantité égale. En se basant sur ce fait et en ne tenant pas compte du phénomène d'impulsion infiniment courte pour se concentrer uniquement sur l'état final des deux accumulateurs, il est possible d'évaluer la nouvelle énergie de chacun. Par exemple, l'énergie accumulée dans chacune des inductances de la figure 37a avant la commutation, en supposant que les inductances ont les valeurs L_1 et L_2 et qu'un courant I_1 et I_2 les traversent respectivement, est exprimée par les équations suivantes :

$$E_1(\theta^-) = \frac{1}{2} L_1 I_1^2(\theta^-) \quad \text{et} \quad E_2(\theta^-) = \frac{1}{2} L_2 I_2^2(\theta^-) \quad (3.11)$$

Après la commutation, l'énergie totale combinée des deux inductances est égale à la somme des énergies avant la commutation, soit

$$E(\theta^+) = E_1(\theta^-) + E_2(\theta^-) = \frac{1}{2} (L_1 + L_2) I^2(\theta^+) \quad (3.12)$$

Un nouveau courant circule dans les deux inductances et est déterminé par l'équation suivante :

$$I^2(\theta^+) = \frac{L_1 I_1^2(\theta^-) + L_2 I_2^2(\theta^-)}{L_1 + L_2} \quad (3.13)$$

Donc la différence entre l'énergie accumulée des inductances avant et après la commutation est :

$$\Delta E_1(\theta) = E_1(\theta^-) - E_1(\theta^+) = \frac{1}{2} \frac{L_1 L_2}{(L_1 + L_2)} (I_1^2(\theta^-) - I_2^2(\theta^-)) = -\Delta E_2(\theta) \quad (3.14)$$

$$\Delta E_2(\theta) = E_2(\theta^-) - E_2(\theta^+) = \frac{1}{2} \frac{L_1 L_2}{(L_1 + L_2)} (I_2^2(\theta^-) - I_1^2(\theta^-)) = -\Delta E_1(\theta) \quad (3.15)$$

Le même traitement peut être fait avec les deux condensateurs, avec un résultat identique. La nouvelle énergie accumulée dans les condensateurs et la nouvelle tension aux bornes des condensateurs sont donnés par les équations suivantes :

$$E(\theta^+) = E_1(\theta^-) + E_2(\theta^-) = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) V^2(\theta^+) \quad (3.16)$$

$$V^2(\theta^+) = \frac{C_1 V_1^2(\theta^-) + C_2 V_2^2(\theta^-)}{C_1 + C_2} \quad (3.17)$$

Ces équations permettent de déterminer les nouvelles énergies accumulées dans les composantes réactives après une commutation, lorsqu'une situation de dépendance d'accumulateurs se produit. Par contre, un problème subsiste. En effet, à partir de la commutation et jusqu'à ce que la situation change, les accumulateurs restent dépendants l'un de l'autre. Le système d'équations qui modélise la nouvelle configuration doit tenir compte de ce fait. En d'autres mots, le circuit contient deux composantes mais elles sont représentées par un seul courant ou une seule tension. Souvent, une telle situation exige que le système d'équations soit redimensionné, par exemple, en jumelant les deux accumulateurs en un seul dont la valeur est la somme des valeurs des deux accumulateurs initiaux. Un tel procédé, utilisé dans une simulation réalisée avec l'approche par variable

d'état, exige l'élimination d'une variable d'état. Tandis que, dans une simulation utilisant l'approche nodale, un noeud est éliminé ainsi qu'un "historique de courant". Aussi, il peut être difficile d'automatiser la détection des dépendances d'accumulateurs ainsi que les topologies qui peuvent les engendrer. Ce problème sera traité plus tard dans ce chapitre.

3.4.2 Dépendance accumulateur-source

La dépendance entre une source d'énergie et un accumulateur, décrite par Mosterman [20] et par Dirkman [22], est plus problématique que la dépendance d'accumulateurs. Ce type de dépendance se produit lorsque le courant d'une inductance devient dépendant du courant d'une source idéale ou lorsque la tension d'un condensateur devient dépendante de la tension d'une source idéale, tel que représenté dans la figure 38 ci-dessous.

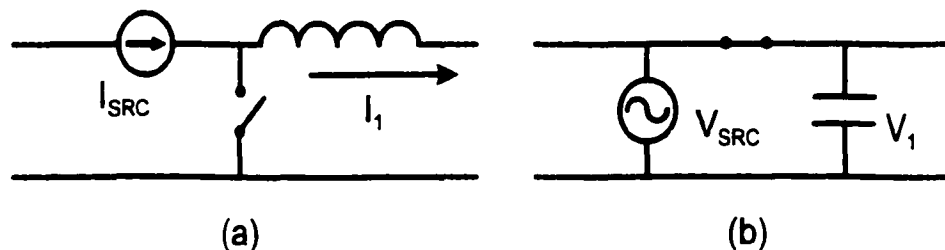


Figure 38 - Dépendance accumulateur-source

Dans le cas présent, le principe de conservation de l'énergie ne permet pas de résoudre le problème car, par définition, les sources idéales d'énergie fournissent une quantité inépuisable d'énergie. La quantité d'énergie fournie par la source à un instant donné dépend strictement du flot d'énergie de la source à cet instant. Lors de la commutation et pour les instants qui suivent, le flot d'énergie dans l'inductance ou le condensateur dépend de la source, tandis que le flot d'énergie de la source dépend de l'inductance ou du condensateur. La situation ne peut donc pas être résolue et doit être évitée à tout prix.

3.4.3 Branche isolée et branche court-circuitée

Les autres problèmes soulevés dans le chapitre 2 et décrits par Opal [5][6], Bedrosian [8], Mosterman [20] et Dirkman [22], concernent les branches du circuit qui, à la suite de l'ouverture d'un interrupteur, deviennent isolées du circuit ou qui deviennent court-circuitées par la fermeture d'un interrupteur. La plupart de ces situations peuvent être résolues assez facilement en s'appuyant sur le principe de conservation de l'énergie. Par contre, quelques-unes ne peuvent être résolues et doivent être considérées comme des erreurs de conception du circuit.

Les situations qui peuvent être résolues sont toutes les situations auxquelles le principe de conservation de l'énergie peut s'appliquer. La figure 39 fournit quelques exemples de ces situations. Dans chacun des cas, l'énergie accumulée dans les composants réactives est conservée, la distribution de l'énergie dans la branche est clairement déterminée et le flot d'énergie, s'il y en a un, est clairement établi.

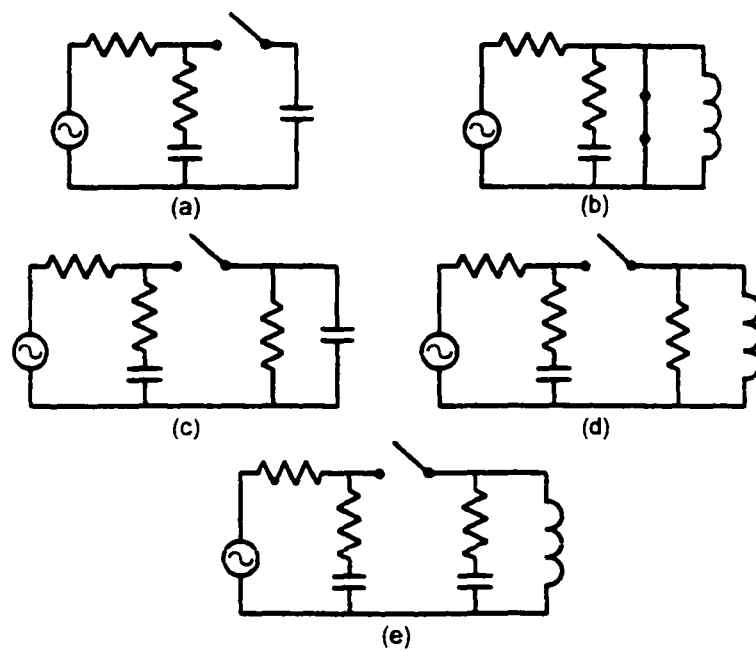


Figure 39 - Configurations particulières pouvant être résolues

Par exemple, la tension accumulée dans le condensateur, qui fut isolé par l'ouverture de l'interrupteur, dans la figure 39a, conserve sa tension jusqu'à ce que l'interrupteur soit fermé de nouveau. De la même façon, l'inductance court-circuitée par la fermeture de l'interrupteur, dans la figure 39b, conserve son courant jusqu'à ce que l'interrupteur s'ouvre. Dans les circuits des figures 39c à 39e, les circuits sont divisés en deux sous-circuits par l'ouverture de l'interrupteur et se comportent comme des circuits indépendants. Les distributions d'énergie dans chaque sous-circuit dépendent des énergies accumulées dans chacun à l'instant d'ouverture de l'interrupteur et le nouveau flot d'énergie dépend des topologies de chacun.

Il n'y a que peu de situations qui ne peuvent être résolues grâce au principe de conservation d'énergie. La figure 40 représente trois de ces situations problématiques. Dans la figure 40a, le courant accumulé de l'inductance n'a pas de chemin pour circuler et il devrait tomber à zéro instantanément, ce qui est en contradiction avec le principe de conservation de l'énergie. Le même problème se retrouve avec l'exemple de la figure 40b où le condensateur qui est court-circuité devrait perdre instantanément sa tension accumulée. Finalement, dans le circuit de la figure 40c, l'énergie potentielle accumulée sous forme de tension dans le condensateur de la branche court-circuitée est instantanément convertie en énergie cinétique sous forme de courant dans l'inductance. Inversement, le courant de l'inductance est converti instantanément en tension dans le condensateur et ainsi de suite. Le circuit devient oscillatoire avec une fréquence infinie. Toutes ces situations devraient être considérées comme des défauts de conception et évitées à tout prix.

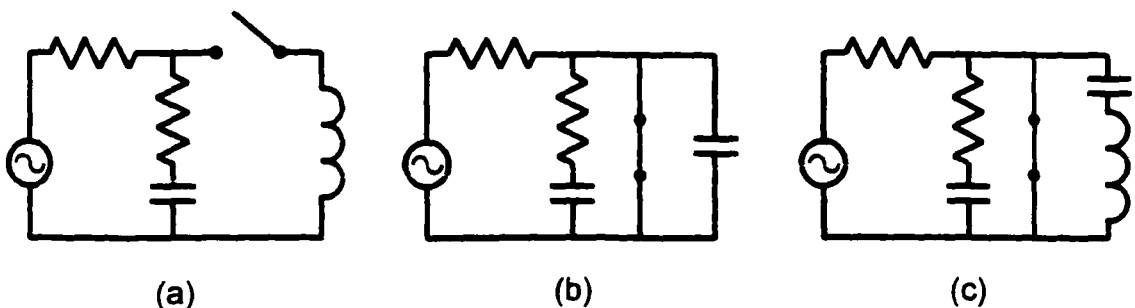


Figure 40 - Configurations particulières ne pouvant pas être résolues

3.5 Méthode de commutation appliquée au modèle d'interrupteur quasi-idéal

Le modèle d'interrupteur idéal est certainement utile car il permet de simplifier la mise en équations du circuit et offre une meilleure précision numérique. Par contre, les changements structuraux du circuit, lors des commutations des interrupteurs, imposent des changements assez importants dans la structure du système d'équations. Des termes disparaissent du système d'équations tandis que d'autres apparaissent. Aussi, comme démontré dans la section 3.4, plusieurs situations peuvent se présenter qui exigent un traitement particulier.

Pour toutes ces raisons et malgré l'augmentation de la complexité du système d'équations, un modèle d'interrupteur quasi idéal est souvent préféré au modèle idéal. Grâce au modèle quasi idéal, bien des problématiques rencontrées avec le modèle idéal sont éliminées. Par exemple, puisque l'impédance de l'interrupteur quasi idéal à l'état fermé n'est pas nulle, la fermeture de l'interrupteur ne court-circuite aucune composante ni aucune branche et ne divise jamais le circuit en plusieurs sous-circuits. De la même façon, puisque l'impédance de l'interrupteur quasi-idéal à l'état ouvert n'est pas infinie, l'ouverture de l'interrupteur ne place aucune composante ni aucune branche en circuit ouvert et ne divise jamais le circuit en plusieurs sous-circuits. En conséquence, le principe de conservation de l'énergie est satisfait dans toutes les configurations des interrupteurs et aucun traitement particulier n'est requis. Le modèle du circuit n'est donc plus un modèle à structure variable mais plutôt un modèle à paramètres variables.

Bien qu'avantageux à plusieurs points de vue, le modèle quasi-idéal introduit quelques autres problématiques, tel que discuté dans la section 2.2.2 du chapitre 2. La valeur des impédances à l'état ouvert et à l'état fermé est relativement arbitraire et est souvent choisie en fonction des autres impédances du circuit. Aussi, les très petites et très grandes valeurs de ces impédances peuvent être la cause d'imprécisions numériques et exigent l'utilisation d'un algorithme particulièrement robuste pour résoudre le système d'équations. La matrice

d'admittance utilisée dans l'approche nodale peut devenir mal conditionnée, proche de la singularité, et son inversion est imprécise. Des problèmes similaires sont rencontrés avec l'approche par variable d'état.

Une troisième alternative s'offre à nous. Les interrupteurs peuvent être modélisés par un modèle hybride, moitié idéal et moitié quasi idéal, c'est à dire un interrupteur avec une faible impédance à l'état fermé et une impédance infinie à l'état ouvert. Ce nouveau modèle a l'avantage de réduire quelque peu la complexité du système d'équations ainsi que les problèmes d'imprécisions numériques. De plus, comme il sera présenté dans les chapitres 4 et 5, il fournit des moyens puissants de réduire l'effort de mise à jour du système d'équations. Par contre, puisque ce modèle se comporte comme un interrupteur idéal lorsque ouvert et pour éviter les problèmes associés aux circuits à structure variable, il est préférable d'utiliser le modèle hybride uniquement lorsque l'interrupteur est accompagné d'un circuit d'amortissement. Cette contrainte n'est souvent pas un problème dans les circuits de puissance, car les interrupteurs sont habituellement accompagnés d'un circuit d'amortissement.

La méthode de commutation précise et ses fondements furent présentés de façon assez générale dans ce chapitre. Elle fut conçue spécifiquement pour la simulation à pas fixe de circuit de puissance. Mais puisque de nombreux aspects de la simulation de circuit de puissance dépendent de l'approche de simulation utilisée, les deux prochains chapitres se consacrent à l'implantation de cette méthode dans les deux approches de simulation les plus populaires, soit l'approche nodale et l'approche par variable d'état.

CHAPITRE 4

IMPLANTATION DANS L'APPROCHE NODALE

L'approche de simulation nodale, mise au point par Dommel [1], fut développée spécifiquement pour la simulation à pas fixe de grands réseaux électriques. Le système d'équations obtenu grâce à cette méthode est très compact, même pour des réseaux de très grande dimension, et sa formulation peut facilement être automatisée. Plusieurs simulateurs génériques très fameux utilisent cette approche dont EMTP et SPICE, pour n'en nommer que deux. Aussi, l'approche nodale est à la base de plusieurs simulateurs en temps réel de réseaux électriques, tel que Hypersim et RTDS. Il semble donc approprié d'étudier l'implantation de la méthode de commutation précise dans cette approche de simulation.

Ce chapitre se concentre sur l'implantation de la méthode de commutation dans des simulations utilisant l'approche nodale, en commençant d'abord par un bref aperçu du principe de l'approche nodale elle-même. De plus, ce chapitre s'intéresse plus particulièrement à l'optimisation du temps d'exécution du cycle de simulation et propose une technique de résolution du système d'équations particulièrement efficace, la décomposition LDL^T , ainsi qu'une nouvelle méthode très performante de mise à jour du système d'équations, à la suite d'une commutation.

4.1 L'approche de simulation nodale

La particularité de l'approche nodale proposée par Dommel [1], comparée à d'autres approches de simulation, est qu'elle définit un modèle discret de chaque composante avant de bâtir le système d'équations du circuit. Ainsi, chaque composante est d'abord remplacée par un équivalent discret, basé sur la relation entre son courant et sa tension, et la topologie du circuit est analysée pour en extraire les équations. Par exemple, puisque la relation entre le courant d'une résistance et sa tension est purement algébrique, la résistance n'est pas

transformée par le processus de discrétisation et reste donc inchangée. Par contre, la relation entre le courant et la tension des inductances et des condensateurs est de nature différentielle et le processus de discrétisation les transforme en une résistance équivalente avec une source de courant idéal en parallèle, appelée un “historique de courant”. En prenant comme exemple l'équation de l'inductance et en choisissant l'approximation trapézoïdale comme méthode de discrétisation, l'équation discrète de l'inductance devient :

$$s \rightarrow \frac{2(z-1)}{T(z+1)} \quad (4.1)$$

$$v_L = sLi_L \rightarrow I_L(n) = I_L(n-1) + \frac{T}{2L} V_L(n-1) + \frac{T}{2L} V_L(n) \quad (4.2)$$

où T est le pas de calcul fixe utilisé par la simulation. En posant que l'admittance équivalente de l'inductance et en posant que l'historique de courant sont

$$G_L = \frac{T}{2L} \quad (4.3)$$

$$h_L(n-1) = I_L(n-1) + G_L V_L(n-1) \quad (4.4)$$

alors l'équation discrète de l'inductance est la suivante :

$$I_L(n) = h_L(n-1) + G_L V_L(n) \quad (4.5)$$

En procédant de la même façon pour le condensateur, l'admittance équivalente du condensateur, son historique de courant et son équation discrète sont données ci-dessous :

$$G_C = \frac{2C}{T} \quad (4.6)$$

$$h_C(n-1) = -I_C(n-1) - G_C V_C(n-1) \quad (4.7)$$

$$I_C(n) = h_C(n-1) + G_C V_C(n) \quad (4.8)$$

Grâce à ces équations, les inductances et les condensateurs peuvent être remplacés par les équivalents illustrés dans la figure 41 ci-dessous.

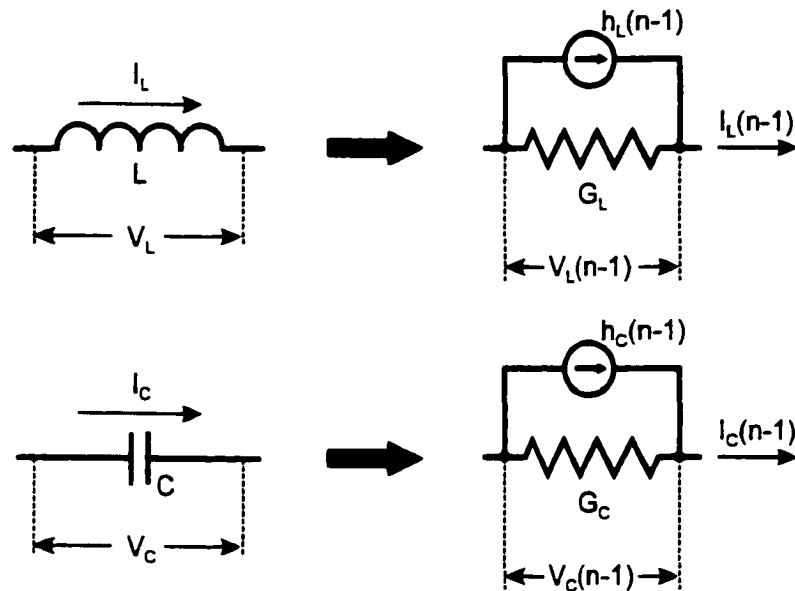


Figure 41 - Équivalents discrets des composantes réactives

Par exemple, le circuit de la figure 42b ci-dessous est l'équivalent discret du circuit de la figure 42a, obtenu par cette méthode.

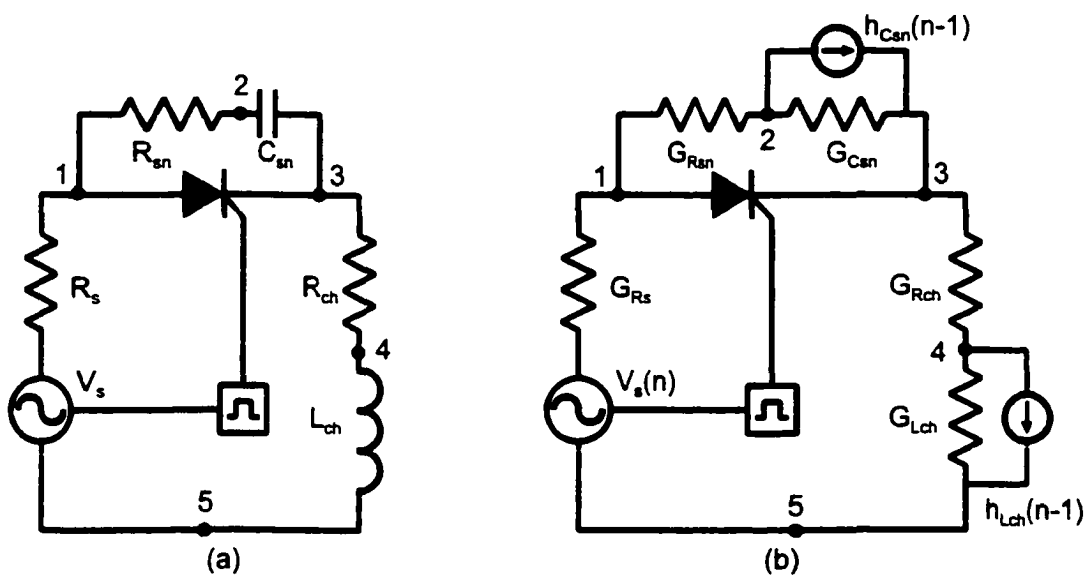


Figure 42 - Exemple d'équivalent discret d'un circuit

Une fois le circuit converti en équivalent discret, le circuit devient purement résistif et les équations du circuit sont extraites en appliquant la méthode des noeuds, issu de la loi des courants de Kirchoff, d'où le nom d'approche nodale. Le système d'équations complet du circuit est donné ci-dessous sous forme matricielle :

$$\mathbf{h}(n-1) = \mathbf{H}_h(\mathbf{k}(n-1) + \mathbf{G}\mathbf{V}(n-1)) \quad (4.9)$$

$$\mathbf{V}_N(n) = \mathbf{G}_N^{-1}(\mathbf{P}\mathbf{I}_{src}(n) - \mathbf{H}\mathbf{h}(n-1)) = \mathbf{G}_N^{-1}\mathbf{I}_N(n) \quad (4.10)$$

$$\mathbf{V}(n) = \mathbf{H}^T \mathbf{V}_N(n) \quad (4.11)$$

$$\mathbf{k}(n) = \mathbf{h}(n-1) + \mathbf{G}\mathbf{V}(n) \quad (4.12)$$

où les vecteurs \mathbf{h} , \mathbf{I} , \mathbf{V} , \mathbf{V}_N , \mathbf{I}_{src} et \mathbf{I}_N sont, respectivement, le vecteur des historiques de courant, le vecteur des courants des composantes, le vecteur des tensions des composantes, le vecteur des tensions des noeuds du circuit, le vecteur des sources indépendantes de courant et le vecteur des injections de courant dans les noeuds du circuit. Tandis que la matrice \mathbf{G} est une matrice diagonale des admittances des composantes du circuit et la matrice \mathbf{G}_N est la matrice d'admittance des noeuds du circuit. Finalement, la matrice \mathbf{H}_h est une matrice diagonale dont les termes de la diagonale ont la valeur 1, -1 ou 0, selon que le terme correspond à une inductance, un condensateur ou une résistance, respectivement. Les deux matrices \mathbf{P} et \mathbf{H} sont des matrices de connexions, \mathbf{P} est la matrice de connexions des sources indépendantes de courant et \mathbf{H} est la matrice de connexions des composantes. Ces matrices contiennent des 1 et des -1 pour les noeuds auxquels les sources ou les composantes sont connectées, 1 si la polarité à ce noeud est positive et -1 si elle est négative, selon la polarité traditionnellement établie pour les composantes d'un circuit. Les autres termes de ces matrices sont zéro. Notons que la matrice d'admittance des noeuds \mathbf{G}_N peut être exprimée en fonction de la matrice d'admittance des composantes, selon la relation suivante :

$$\mathbf{G}_N = \mathbf{H}\mathbf{G}\mathbf{H}^T \quad (4.13)$$

Mentionnons aussi que les sources de tension indépendantes du circuit sont converties en sources de courant indépendantes à l'aide de l'équivalent de Norton et sont insérées dans le vecteur des sources de courant indépendantes I_{SRC} , ainsi pour l'exemple de la figure 4.2, le vecteur $I_{SRC}(n)$ est simplement égale à $G_R V_S(n)$.

Cette série de quatre équations matricielles doit être calculée à chaque pas de calcul de la simulation. Sachant que la plupart de ces matrices contiennent beaucoup de termes nuls et dans le but d'optimiser les calculs, les boucles de calcul de chacune de ces équations sont déroulées et les termes nuls sont éliminés pour ne conserver que les termes non nuls. Ainsi le travail le plus important du cycle de simulation est le calcul du vecteur des tensions de noeuds $V_N(n)$. En effet, si la matrice G_N est habituellement très creuse, contenant beaucoup de termes nuls, l'inverse de cette matrice, soit la matrice G_N^{-1} n'est pas creuse. De plus, l'inversion de la matrice G_N est un processus très long et compliqué qui doit être effectué avant que la simulation commence et à chaque fois que la matrice G_N change, tel que lors des commutations des interrupteurs. La prochaine section propose une méthode très efficace de résoudre, du moins en partie, ce problème.

4.2 Résolution du système d'équations grâce à la décomposition LDL^T

La décomposition LDL^T , décrite par Golub [27], est une méthode particulièrement efficace de résoudre un système d'équations de la forme $AY=X$. Elle est deux fois plus performante que la méthode LU, ne prenant que $n^3/3$ flops comparé aux $2n^3/3$ flops de la décomposition LU. Elle s'applique aux matrices symétriques non singulières et si la matrice est en plus définie positive, l'utilisation de pivot n'est pas nécessaire. Cette décomposition transforme une matrice symétrique A en deux matrices, une matrice L triangulaire inférieure avec diagonale unitaire et une matrice D diagonale, tel que

$$A = LDL^T \quad (4.14)$$

De plus, si la matrice A est symétrique et définie positive, la décomposition LDL^T est particulièrement stable, c'est-à-dire que la décomposition est très précise même lorsque la matrice A est mal conditionnée. L'algorithme de la décomposition, en langage Matlab, est donné ci-dessous :

```
LD = A;

for k = 1:N
    for i = k+1:N
        v(i) = LD(i,k);
        if (LD(i,k) ~= 0)
            LD(i,k) = LD(i,k)/LD(k,k);
        end;
    end;
    for j = k+1:N
        for i = j:N
            if ((LD(j,k) ~= 0)&(v(i) ~= 0))
                LD(i,j) = LD(i,j)-LD(j,k)*v(i);
            end;
        end;
    end;
end;
```

Figure 43 - Algorithme de la décomposition LDL^T

Avec cet algorithme, la matrice D se retrouve incorporée dans la matrice LD avec la matrice L . La diagonale unitaire de la matrice L est donc remplacée par la diagonale de la matrice D . De plus, l'algorithme élimine les opérations dont le résultat est zéro, ce qui est un avantage lorsque la matrice A initiale est creuse.

Dans le cas du système d'équations de l'approche nodale, puisque la matrice G des admittances des composantes est diagonale et définie positive, tous les termes de la diagonale étant positifs, et puisque la matrice H de dimension $(k \times n)$ est de rang k alors, à cause de l'équation 4.13, la matrice G_N est forcément symétrique et définie positive. La

décomposition LDL^T peut donc être utilisée. Aussi, la décomposition LDL^T étant stable, ceci est un gros avantage car, avec la présence des interrupteurs dans le circuit et en supposant qu'ils sont modélisés par le modèle quasi-idéal, il est fréquent que la matrice d'admittance des noeuds G_N soit mal conditionnée. Finalement, comme le recommande Golub [27], grâce à la décomposition LDL^T , il n'est plus nécessaire d'inverser la matrice G_N et le système d'équations est résolu directement à partir des matrices L et D de la façon suivante :

$$G_N V_N(n) = LDL^T V_N(n) = I_N(n) \quad (4.15)$$

$$1^\circ) \quad LX = I_N(n) \quad (4.16)$$

$$2^\circ) \quad DY = X \quad (4.17)$$

$$3^\circ) \quad L^T V_N(n) = Y \quad (4.18)$$

Les deux équations 4.16 et 4.17 sont des calculs intermédiaires dont les résultats servent uniquement pour obtenir la solution finale. Puisque la matrice L est triangulaire inférieure avec diagonale unitaire, l'équation 4.16 est facilement résolue par substitution avant, tandis que la matrice D de l'équation 4.17 est diagonale et est résolue par identification terme à terme. Finalement, la matrice L^T est triangulaire supérieure avec diagonale unitaire et est résolue par substitution arrière. Par exemple,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ l_{12} & 1 & 0 & 0 \\ l_{13} & l_{23} & 1 & 0 \\ l_{14} & l_{24} & l_{34} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ i_3(n) \\ i_4(n) \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} x_1 &= i_1(n) \\ x_2 &= i_2(n) - l_{12}x_1 \\ x_3 &= i_3(n) - l_{13}x_1 - l_{23}x_2 \\ x_4 &= i_4(n) - l_{14}x_1 - l_{24}x_2 - l_{34}x_3 \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\begin{bmatrix} d_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} y_1 &= x_1/d_1 \\ y_2 &= x_2/d_2 \\ y_3 &= x_3/d_3 \\ y_4 &= x_4/d_4 \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & l_{12} & l_{13} & l_{14} \\ 0 & 1 & l_{23} & l_{24} \\ 0 & 0 & 1 & l_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(n) \\ v_2(n) \\ v_3(n) \\ v_4(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} v_4(n) &= y_4 \\ v_3(n) &= y_3 - l_{34}v_4(n) \\ v_2(n) &= y_2 - l_{23}v_3(n) - l_{24}v_4(n) \\ v_1(n) &= y_1 - l_{12}v_2(n) - l_{13}v_3(n) - l_{14}v_4(n) \end{aligned} \quad (4.21)$$

L'algorithme de la résolution du système d'équations à l'aide de la décomposition LDL^T est donné en langage Matlab dans la figure 4.4 ci-dessous. L'algorithme décrit ci-dessous produit un vecteur résultat X à partir d'un vecteur d'entrée Y en utilisant la matrice LD qui contient les deux matrices L et D . Aussi, l'algorithme élimine les opérations qui produisent un résultat nul.

```

for i = 1:N
    v(i) = y(i);
    for k = 1:i-1
        if (LD(i,k) ~= 0) & (v(k) ~= 0)
            v(i) = v(i) - LD(i,k)*v(k);
        end;
    end;
end;

for i = 1:N
    if(v(i) ~= 0)
        v(i) = v(i)/LD(i,i);
    end;
end;

for n = 1:N
    i = N-n+1;
    x(i) = v(i);
    for k = i+1:N
        if (LD(k,i) ~= 0) & (x(k) ~= 0)
            x(i) = x(i) - LD(k,i)*x(k);
        end;
    end;
end;

```

Figure 44 - Algorithme de résolution du système d'équation avec LDL^T

4.3 Commutations précises avec l'approche nodale

La méthode de commutation précise s'applique assez facilement à une simulation réalisée à l'aide de l'approche nodale. Le plus gros du travail consiste à calculer les conditions initiales correctement, ainsi que les commutations simultanées, et à modifier la matrice d'admittance des noeuds G_N pour refléter la nouvelle configuration des interrupteurs.

Après le calcul normal du système d'équations, soit les équations 4.9 à 4.12, la logique de commutation des interrupteurs est évaluée et si un ou plusieurs interrupteurs doivent commuter, le temps de commutation θ du premier interrupteur qui doit commuter est déterminé. Le temps de commutation étant connu, le processus de commutation s'enclenche et se déroule de la façon suivante :

Étape 1 : Les signaux nécessaires aux calculs des conditions initiales sont interpolés à l'instant θ^- , entre les instants $t(n-1)$ et $t(n)$. Les seuls signaux requis sont les courants des inductances, les tensions des condensateurs, les courants ou tension des sources indépendantes, donc

$$I_L(\theta^-) = I_L(n-1) + \frac{(\theta^- - t(n-1))}{T} (I_L(n) - I_L(n-1)) \quad (4.22)$$

$$V_C(\theta^-) = V_C(n-1) + \frac{(\theta^- - t(n-1))}{T} (V_C(n) - V_C(n-1)) \quad (4.23)$$

$$I_{SRC}(\theta^-) = I_{SRC}(n-1) + \frac{(\theta^- - t(n-1))}{T} (I_{SRC}(n) - I_{SRC}(n-1)) \quad (4.24)$$

$$V_{SRC}(\theta^-) = V_{SRC}(n-1) + \frac{(\theta^- - t(n-1))}{T} (V_{SRC}(n) - V_{SRC}(n-1)) \quad (4.25)$$

Étape 2 : Pour effectuer la deuxième étape du processus, un deuxième système d'équations est nécessaire. Ce deuxième système d'équations est défini avant le début de la simulation en se basant sur un circuit équivalent où les inductances sont remplacées par des sources de courant idéales et les condensateurs sont remplacés par des sources de tension idéales. Par exemple, le circuit de la figure 42 qui fut donné en exemple dans la section 4.1 serait transformé de la façon suivante :

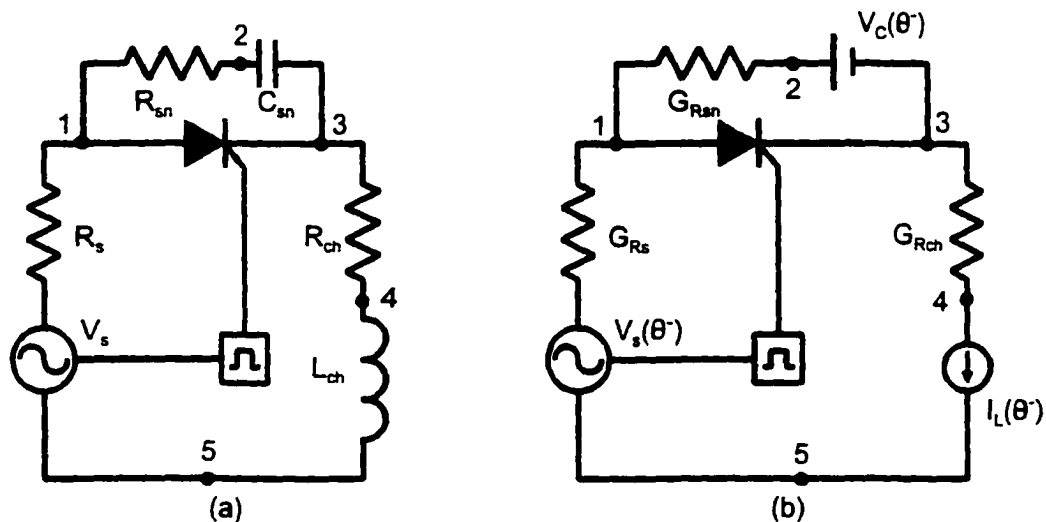


Figure 45 - Exemple d'équivalent instantané d'un circuit

Aussi, si la topologie du circuit permet le découplage du circuit en plusieurs sous-circuits, en utilisant les inductances ou les condensateurs comme éléments de découplage, tel que décrit dans la section 3.2.1 du chapitre 3, alors le système d'équations utilisé correspond au sous-circuit qui contient les interrupteurs.

Puisque la commutation d'un interrupteur change certains termes dans le système d'équations du circuit équivalent, le système d'équations doit être

réévalué. En posant que la matrice G^{**} est la matrice des admittances des composantes, dont l'admittance des interrupteurs correspond au nouvel état de l'interrupteur qui a commuté, et H^* est la matrice des connexions des composantes, alors la matrice des admittances des noeuds G_N^* du circuit équivalent devient :

$$G_N^{**} = H^* G^{**} H^{*T} \quad (4.26)$$

Mais puisque seuls les interrupteurs changent d'état et en posant que G_i^* et G_{sw} sont les matrices d'admittances des composantes et des interrupteurs, respectivement, alors seul la matrice G_{sw} change. De la même façon, H_i^* et H_{sw}^* sont les matrices de connexions des composantes et des interrupteurs respectivement. La matrice G_N^* est mise à jour de la façon suivante

$$G_N^{**} = H_i^* G_i^* H_i^{*T} + H_{sw}^* G_{sw}^* H_{sw}^{*T} = G_{N1}^* + H_{sw}^* G_{sw}^* H_{sw}^{*T} \quad (4.27)$$

Puisque la matrice G_{N1}^* ne change pas, elle peut être calculée avant le début de la simulation. Avec la nouvelle matrice G_N^{**} , la décomposition LDL^T doit être effectuée de nouveau, donc

$$L^{**} D^{**} L^{**T} = G_N^{**} \quad (4.28)$$

Finalement, avec ces nouvelles matrices et les signaux interpolés de l'étape 1, les conditions initiales sont calculées :

$$V_N(\theta^+) = G_N^{**^{-1}} I_N^*(\theta^-) \quad (4.29)$$

$$V_L(\theta^+) = H_L^{*T} V_N(\theta^+) \quad (4.30)$$

$$I_C(\theta^+) = G_C H_C^{*T} V_N(\theta^+) \quad (4.31)$$

$$V_{sw}(\theta^+) = H_{sw}^{*T} V_N(\theta^+) \quad (4.32)$$

$$I_{sw}(\theta^+) = G_{sw}^* V_{sw}(\theta^+) \quad (4.33)$$

Dés que ces équations sont calculées, la logique de commutation des interrupteurs est réévaluée pour détecter la présence de commutations simultanées et s'il y a lieu, l'étape 2 est reprise.

Étape 3 : À partir de l'étape 3, la configuration des interrupteurs est stable et les conditions initiales calculées à l'étape 2 déterminent le nouveau point d'opération du circuit. Mais avant de poursuivre la simulation, le système d'équations doit être modifié pour refléter la nouvelle configuration des interrupteurs. Comme à l'étape 2, seuls les interrupteurs ont changé d'état et la nouvelle matrice d'admittance des noeuds est obtenue de la façon suivante :

$$\mathbf{G}_N^* = \mathbf{H}_I \mathbf{G}_I \mathbf{H}_I^T + \mathbf{H}_{SW} \mathbf{G}_{SW}^* \mathbf{H}_{SW}^T = \mathbf{G}_{N1} + \mathbf{H}_{SW} \mathbf{G}_{SW}^* \mathbf{H}_{SW}^T \quad (4.34)$$

Cette nouvelle matrice est ensuite décomposée de nouveau à l'aide de la décomposition LDL^T

$$\mathbf{L}_N^* \mathbf{D}_N^* \mathbf{L}_N^{*T} = \mathbf{G}_N^* \quad (4.35)$$

Les nouvelles matrices \mathbf{L}_N^* et \mathbf{D}_N^* serviront pour la suite de la simulation, jusqu'à une prochaine commutation. En attendant, la simulation est avancée d'un pas de calcul complet de la façon suivante :

$$\mathbf{h}(\theta^+) = \mathbf{H}_k(\mathbf{k}(\theta^+) + \mathbf{G}\mathbf{V}(\theta^+)) \quad (4.36)$$

$$\mathbf{V}_N(\theta^+ + T) = \mathbf{G}_N^{*-1} (\mathbf{P}\mathbf{I}_{SRC}(\theta^+ + T) - \mathbf{H}\mathbf{h}(\theta^+)) = \mathbf{G}_N^{*-1} \mathbf{I}_N(\theta^+ + T) \quad (4.37)$$

$$\mathbf{V}(\theta^+ + T) = \mathbf{H}^T \mathbf{V}_N(\theta^+ + T) \quad (4.38)$$

$$\mathbf{k}(\theta^+ + T) = \mathbf{h}(\theta^+) + \mathbf{G}^* \mathbf{V}(\theta^+ + T) \quad (4.39)$$

Finalement, pour se resynchroniser avec le pas de calcul normal de la simulation, tous les signaux de la simulation sont interpolés à l'instant $t(n)$ entre les instants θ^+ et $\theta^+ + T$ et le processus de commutation se termine.

$$V_N(n) = V_N(\theta^+) + \frac{(t(n) - \theta^+)}{T} (V_N(\theta^+ + T) - V_N(\theta^+)) \quad (4.40)$$

$$V(n) = V(\theta^+) + \frac{(t(n) - \theta^+)}{T} (V(\theta^+ + T) - V(\theta^+)) \quad (4.41)$$

$$k(n) = k(\theta^+) + \frac{(t(n) - \theta^+)}{T} (k(\theta^+ + T) - k(\theta^+)) \quad (4.42)$$

Le processus complet peut sembler long et fastidieux mais, en réalité, il est assez performant. La partie la plus importante du processus est la mise à jour des deux systèmes d'équations, soit les équations 4.27, 4.28, 4.34 et 4.35 du processus. Notons, par contre, que le système d'équations utilisé pour le calcul des conditions initiales, les équations 4.27 et 4.28, est habituellement assez petit grâce au découplage du circuit en sous-circuits plus petits. Néanmoins, si une optimisation doit être faite, elle devrait se concentrer sur ces parties du processus de commutation. C'est le sujet de la prochaine section.

4.4 Optimisation de la mise à jour du système d'équations nodale

La décomposition LDL^T est assez performante surtout lorsque la matrice à décomposer est creuse et que les opérations ayant un résultat nul sont éliminées du processus avec soin. Malgré tout, il peut être intéressant de s'y attarder et de proposer une méthode alternative qui permettrait une meilleure performance.

En fait, il est possible d'éliminer le besoin de modifier la matrice d'admittance des noeuds en éliminant les admittances des interrupteurs du circuit. Pour ce faire, il suffit de modéliser les interrupteurs par des sources de courant commandées, grâce au principe de substitution, utilisé par Opal [6], et de calculer les courants des interrupteurs séparément, à partir des tensions fournies par le circuit. De cette façon, le circuit ne contient plus de composantes

à paramètres variables. Par exemple, le circuit de la figure 42 qui fut donné en exemple dans la section 4.1 serait transformé de la façon suivante :

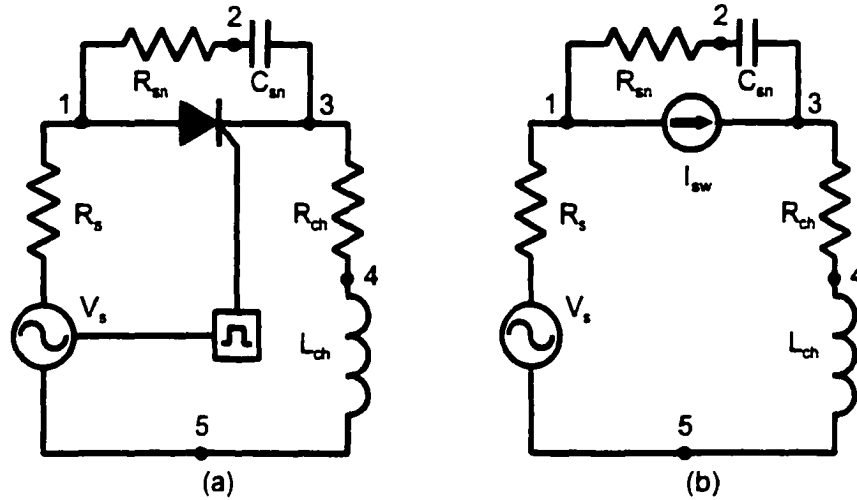


Figure 46 - Exemple de conversion d'interrupteur en source de courant

Avec le circuit équivalent de la figure 46b, l'équation des tensions des noeuds du circuit dépend de l'inverse de la matrice d'admittance des noeuds, qui ne change pas lors des commutations, ainsi que des sources de courant indépendantes et des injections des courants des interrupteurs :

$$V_N(n) = G_N^{-1}(I_N(n) - H_{SW}I_{SW}(n)) \quad (4.43)$$

où la matrice H_{SW} est la matrice des connexions des interrupteurs et le vecteur I_{SW} est le vecteur des courants des interrupteurs. En posant que la matrice G_{SW} est la matrice des admittances des interrupteurs, les équations des interrupteurs sont :

$$V_{SW}(n) = H_{SW}^T V_N(n) \quad (4.44)$$

$$I_{SW}(n) = G_{SW} V_{SW}(n) \quad (4.45)$$

Ce nouveau système d'équations crée une boucle algébrique, puisque le courant des interrupteurs I_{sw} doit être connu pour calculer les tensions des noeuds V_N et que les tensions des noeuds doivent être connues pour calculer les courants des interrupteurs. La boucle algébrique doit être résolue, avant le début de la simulation, de la façon suivante :

En remplaçant l'équation des tensions des noeuds (4.43) et l'équation des courants d'interrupteurs (4.45) dans l'équation des tensions d'interrupteurs (4.44) :

$$V_{sw}(n) = H_{sw}^T G_N^{-1} (I_N(n) - H_{sw} G_{sw} V_{sw}(n)) \quad (4.46)$$

et en solutionnant cette équation pour $V_{sw}(n)$:

$$V_{sw}(n) = (I + H_{sw}^T G_N^{-1} H_{sw} G_{sw})^{-1} H_{sw}^T G_N^{-1} I_N(n) \quad (4.47)$$

où la matrice I est la matrice identité. Finalement, en remplaçant cette dernière équation dans l'équation des courants des interrupteurs (4.45) :

$$I_{sw}(n) = G_{sw} (I + H_{sw}^T G_N^{-1} H_{sw} G_{sw})^{-1} H_{sw}^T G_N^{-1} I_N(n) \quad (4.48)$$

Avec cette dernière équation, la boucle algébrique est entièrement résolue et il suffit de calculer cette équation avant de calculer les tensions des noeuds. De plus, même si le calcul des courants des interrupteurs à l'aide de l'équation 4.48 peut sembler ardu, plusieurs caractéristiques de cette équation permettent un traitement très performant. Premièrement, le principal effort de calcul de l'équation 4.48 consiste à inverser la matrice M donnée ci-dessous :

$$M = I + H_{sw}^T G_N^{-1} H_{sw} G_{sw} \quad (4.49)$$

Cette matrice est toujours de la taille du nombre d'interrupteurs dans le circuit. Donc si le nombre d'interrupteurs est N , alors la matrice M est de dimension $(N \times N)$, ce qui est souvent nettement moins grand que la dimension de la matrice G_N des admittances des noeuds, qui normalement aurait dû être inversée. Aussi, puisque la matrice G_N^{-1} et la matrice G_{sw} sont toutes deux symétriques et définies positives, alors la matrice M l'est aussi.

De plus, seule la matrice G_{sw} change lors des commutations. Donc une bonne partie de l'équation de la matrice M peut être calculée à l'avance, par exemple, en posant :

$$F = H_{sw}^T G_N^{-1} H_{sw} \quad (4.50)$$

la matrice F ne change pas lors des commutations. Sachant que la matrice G_{sw} est diagonale ainsi que la matrice identité I , l'équation de la matrice M ci-dessous est assez facile à calculer.

$$M = I + F G_{sw} \quad (4.51)$$

Aussi, la matrice $H_{sw}^T G_N^{-1}$ ne change pas lors des commutations et peut donc être calculée à l'avance, donc en posant :

$$N = H_{sw}^T G_N^{-1} \quad (4.52)$$

l'équation des courants des interrupteurs devient :

$$I_{sw}(n) = G_{sw} M^{-1} N I_N(n) \quad (4.53)$$

où seuls les matrices M et G_{sw} changent lors des commutations et sont de la dimension du nombre d'interrupteurs dans le circuit.

De plus, en choisissant d'utiliser un modèle hybride pour modéliser les interrupteurs, il est possible d'optimiser le calcul des courants des interrupteurs encore plus. On se rappelle que le modèle hybride, discuté dans la section 3.4 du chapitre 3, suppose que l'impédance des interrupteurs à l'état ouvert est infinie, donc que l'admittance à l'état ouvert est nulle. Ce choix peut être fait sans problèmes du moment que l'interrupteur est accompagné d'un circuit d'amortissement, ce qui est souvent le cas dans les circuits d'électronique de puissance.

La principale implication de ce choix est que les termes de la diagonale de la matrice G_{sw} qui correspondent à des interrupteurs ouverts sont égaux à zéro. Dans ce cas, la matrice M acquiert une structure assez particulière selon laquelle les colonnes de la matrice M qui correspondent à des interrupteurs ouverts sont égales aux mêmes colonnes de la matrice identité. Par exemple, pour un système de six interrupteurs dont les interrupteurs numéros

2, 4 et 5 sont ouverts, les colonnes 2, 4 et 5 de la matrice M sont égales aux colonnes 2, 4 et 5 de la matrice identité et la matrice M a la structure suivante :

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} & m_{16} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} & m_{26} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} & m_{34} & m_{35} & m_{36} \\ m_{14} & m_{24} & m_{34} & m_{44} & m_{45} & m_{46} \\ m_{15} & m_{25} & m_{35} & m_{45} & m_{55} & m_{56} \\ m_{16} & m_{26} & m_{36} & m_{46} & m_{56} & m_{66} \end{bmatrix} \Rightarrow M^* = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & m_{13} & 0 & 0 & m_{16} \\ m_{12} & 1 & m_{23} & 0 & 0 & m_{26} \\ m_{13} & 0 & m_{33} & 0 & 0 & m_{36} \\ m_{14} & 0 & m_{34} & 1 & 0 & m_{46} \\ m_{15} & 0 & m_{35} & 0 & 1 & m_{56} \\ m_{16} & 0 & m_{36} & 0 & 0 & m_{66} \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

La seule différence entre la matrice M , lorsque tous les interrupteurs sont fermés, et la matrice M^* où seuls les interrupteurs 1, 3 et 6 sont fermés, sont les termes des colonnes 2, 4 et 5. La matrice M peut donc être calculée à l'avance. De plus, en changeant l'ordre des interrupteurs dans la matrice de telle façon que les colonnes qui correspondent aux interrupteurs ouverts soient à l'extrême droite de la matrice et que les rangées qui correspondent aux interrupteurs ouverts soient dans le bas de la matrice M , alors la matrice M prend la structure suivante :

$$M^* = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & m_{13} & 0 & 0 & m_{16} \\ m_{12} & 1 & m_{23} & 0 & 0 & m_{26} \\ m_{13} & 0 & m_{33} & 0 & 0 & m_{36} \\ m_{14} & 0 & m_{34} & 1 & 0 & m_{46} \\ m_{15} & 0 & m_{35} & 0 & 1 & m_{56} \\ m_{16} & 0 & m_{36} & 0 & 0 & m_{66} \end{bmatrix} \Rightarrow M^{**} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{13} & m_{16} & 0 & 0 & 0 \\ m_{13} & m_{33} & m_{36} & 0 & 0 & 0 \\ m_{16} & m_{36} & m_{66} & 0 & 0 & 0 \\ m_{12} & m_{23} & m_{26} & 1 & 0 & 0 \\ m_{14} & m_{34} & m_{46} & 0 & 1 & 0 \\ m_{15} & m_{35} & m_{56} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

En posant que la nouvelle matrice M^{**} est composée des quatre sous-matrices suivantes :

$$M^{**} = \begin{bmatrix} M_{ON} & 0 \\ M_{OFF} & I \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

alors la matrice W qui est égale à l'inverse de la matrice M^{**} est obtenue par :

$$\mathbf{M}^{\leftrightarrow} \mathbf{W} = \mathbf{I} \quad \Rightarrow \quad \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{M}_{ON} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{M}_{OFF} & \mathbf{I}_2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{W}_{11} & \mathbf{W}_{12} \\ \hline \mathbf{W}_{21} & \mathbf{W}_{22} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{I}_1 & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{I}_2 \end{array} \right] \quad (4.57)$$

Soit

$$\mathbf{W} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{M}_{ON}^{-1} & \mathbf{0} \\ \hline -\mathbf{M}_{OFF} \mathbf{M}_{ON}^{-1} & \mathbf{I}_2 \end{array} \right] = \mathbf{M}^{\leftrightarrow -1} \quad (4.58)$$

Donc pour obtenir l'inverse de la matrice $\mathbf{M}^{\leftrightarrow}$, seule la sous-matrice \mathbf{M}_{ON} doit être inversée et cette sous-matrice est symétrique, définie positive et de la dimension du nombre d'interrupteurs fermés.

Finalement, en réorganisant les rangées et les colonnes de la matrice \mathbf{G}_{SW} de la même façon, le produit de la matrice \mathbf{G}_{SW} et de la matrice \mathbf{M} devient :

$$\mathbf{G}_{SW}^{\leftrightarrow} \mathbf{M}^{\leftrightarrow -1} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{G}_{ON} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{M}_{ON}^{-1} & \mathbf{0} \\ \hline -\mathbf{M}_{OFF} \mathbf{M}_{ON}^{-1} & \mathbf{I}_2 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{G}_{ON} \mathbf{M}_{ON}^{-1} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array} \right] \quad (4.59)$$

En posant

$$\mathbf{X}(n) = \mathbf{N} \mathbf{I}_N(n) \quad (4.60)$$

et en réorganisant le vecteur \mathbf{X} et le vecteur \mathbf{I}_{SW} , tel que

$$\mathbf{X}^{\leftrightarrow}(n) = \left[\begin{array}{c} \mathbf{X}_{ON}(n) \\ \hline \mathbf{X}_{OFF}(n) \end{array} \right] \quad (4.61)$$

$$\mathbf{I}_{SW}^{\leftrightarrow}(n) = \left[\begin{array}{c} \mathbf{I}_{ON}(n) \\ \hline \mathbf{I}_{OFF}(n) \end{array} \right] \quad (4.62)$$

alors l'équation 4.53 devient

$$\left[\begin{array}{c} \mathbf{I}_{ON}(n) \\ \hline \mathbf{I}_{OFF}(n) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{G}_{ON} \mathbf{M}_{ON}^{-1} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \mathbf{X}_{ON}(n) \\ \hline \mathbf{X}_{OFF}(n) \end{array} \right] \quad (4.63)$$

Cette dernière équation simplifie considérablement le calcul des courants des interrupteurs,

car le courant des interrupteurs ouverts est nul, comme nous aurions pu le prévoir, tandis que le courant des interrupteurs fermés est obtenu en inversant la matrice symétrique M_{ON} dont la dimension est égale au nombre d'interrupteurs fermés et dont les termes sont tirés directement de la matrice M , qui fut calculée à l'avance. Les équations des courants des interrupteurs ouverts et fermés sont données ci-dessous :

$$I_{ON}(n) = G_{ON} M_{ON}^{-1} X_{ON}(n) \quad (4.64)$$

$$I_{OFF}(n) = 0 \quad (4.65)$$

Et puisque la matrice M_{ON} est symétrique et définie positive, la décomposition LDL^T proposée dans la section 4.2 peut être utilisée pour augmenter encore la performance du processus.

En résumé, la simulation se déroule de la façon suivante :

- 1) Lors de la phase d'initialisation de la simulation, la matrice d'admittance G_N des noeuds du circuit ainsi que la matrice d'admittance G_N^* des noeuds du circuit équivalent, utilisé lors des commutations, sont calculées et décomposées grâce à la décomposition LDL^T .

$$G_N = HGH^T \quad \Rightarrow \quad LDL^T = G_N \quad (4.66)$$

$$G_N^* = H^*G^*H^{*T} \quad \Rightarrow \quad L^*D^*L^{*T} = G_N^* \quad (4.67)$$

À l'aide de ces deux séries de matrices, les matrices M et M^* , qui serviront pour le calcul des courants des interrupteurs du circuit et du circuit équivalent, sont calculées en considérant que tous les interrupteurs sont fermés :

$$M = I + H_{SW}^T G_N^{-1} H_{SW} G_{SW} \quad (4.68)$$

$$M^* = I + H_{SW}^{*T} G_N^{*-1} H_{SW}^* G_{SW} \quad (4.69)$$

- 2) Un pas de calcul normal, avant de considérer la présence d'une commutation, se déroule de la façon suivante :

$$\mathbf{h}(n-1) = \mathbf{H}_h(\mathbf{k}(n-1) + \mathbf{G}\mathbf{V}(n-1)) \quad (4.70)$$

$$\mathbf{I}_{ON}(n) = \mathbf{G}_{ON}\mathbf{M}_{ON}^{-1}\mathbf{N}_{ON}\mathbf{I}_N(n) \quad (4.71)$$

$$\mathbf{V}_N(n) = \mathbf{G}_N^{-1}(\mathbf{I}_N(n) - \mathbf{H}_{ON}\mathbf{I}_{ON}(n)) \quad (4.72)$$

$$\mathbf{V}_{SW}(n) = \mathbf{H}_{SW}^T \mathbf{V}_N(n) \quad (4.73)$$

$$\mathbf{V}(n) = \mathbf{H}^T \mathbf{V}_N(n) \quad (4.74)$$

$$\mathbf{k}(n) = \mathbf{h}(n-1) + \mathbf{G}\mathbf{V}(n) \quad (4.75)$$

où le calcul des courants \mathbf{I}_{ON} et des tensions \mathbf{V}_N est effectué à l'aide des matrices obtenues lors de la décomposition \mathbf{LDL}^T , tel que décrit dans la section 4.2.

- 3) Après avoir déterminé si un interrupteur commute et calculé par interpolation l'instant de la commutation, les signaux requis sont interpolés, tel que décrit dans l'étape 1 de la section 4.3. Avec ces signaux et en décomposant la nouvelle matrice \mathbf{M}_{ON}^* par la méthode \mathbf{LDL}^T , les conditions initiales après commutations sont calculées de la façon suivante :

$$\mathbf{I}_{ON}(\theta^+) = \mathbf{G}_{ON}\mathbf{M}_{ON}^{*-1}\mathbf{N}_{ON}^*\mathbf{I}_N^*(\theta^-) \quad (4.76)$$

$$\mathbf{V}_N(\theta^+) = \mathbf{G}_N^{*-1}(\mathbf{I}_N^*(\theta^-) - \mathbf{H}_{ON}^*\mathbf{I}_{ON}(\theta^+)) \quad (4.77)$$

$$\mathbf{V}_L(\theta^+) = \mathbf{H}_L^{*T} \mathbf{V}_N(\theta^+) \quad (4.78)$$

$$\mathbf{I}_C(\theta^+) = \mathbf{G}_C\mathbf{H}_C^{*T} \mathbf{V}_N(\theta^+) \quad (4.79)$$

$$\mathbf{V}_{SW}(\theta^+) = \mathbf{H}_{SW}^{*T} \mathbf{V}_N(\theta^+) \quad (4.80)$$

où les équations 4.76 et 4.77 sont résolues à l'aide des matrices obtenues par la décomposition LDL^T . Si une commutation simultanée est détectée, la matrice M_{ON}^* est décomposée de nouveau et les équations 4.76 à 4.80 sont recalculées. Finalement, la simulation est avancée d'un pas de calcul à l'aide des équations ci-dessous, en décomposant la matrice M_{ON} préalablement, et les signaux sont interpolés à l'instant du pas de calcul normal, tel que décrit dans l'étape 3 de la section 4.3.

$$h(\theta^*) = H_k(k(\theta^*) + GV(\theta^*)) \quad (4.81)$$

$$I_{ON}(\theta^* + T) = G_{ON} M_{ON}^{-1} N_{ON} I_N(\theta^* + T) \quad (4.82)$$

$$V_N(\theta^* + T) = G_N^{-1} (I_N(\theta^* + T) - H_{ON} I_{ON}(\theta^* + T)) \quad (4.83)$$

$$V_{SW}(\theta^* + T) = H_{SW}^T V_N(\theta^* + T) \quad (4.84)$$

$$V(\theta^* + T) = H^T V_{SW}(\theta^* + T) \quad (4.85)$$

$$k(\theta^* + T) = h(\theta^*) + GV(\theta^* + T) \quad (4.86)$$

Encore une fois, les équations 4.82 et 4.83 sont résolues à l'aide des matrices obtenues par la décomposition LDL^T , tel que décrit dans la section 4.2.

Le gain de performance, que procure cette nouvelle approche, est assez substantiel. Par exemple, en analysant seulement l'étape 3 du processus de commutation selon lequel le système d'équations doit être modifié et calculé pour obtenir le nouveau pas de calcul, le nombre d'opérations en virgule flottante (flops) de l'ancienne et de la nouvelle méthode sont donné par les équations suivantes :

Soit n = nombre de noeuds
 q = nombre de sources indépendantes
 r = nombre de composantes réactives

p = nombre de composantes passives

k = nombre d'interrupteurs

k_{ON} = nombre maximum d'interrupteurs fermés en même temps

Alors

$$Flops_{ancienne} = \frac{1}{3}n^3 + \frac{5}{2}n^2 - \frac{5}{6}n + 6r + 2p + q + k + k_{ON} \quad (4.87)$$

$$Flops_{nouvelle} = 2n^2 + 3nk_{ON} + \frac{1}{3}k_{ON}^3 + \frac{5}{2}k_{ON}^2 - \frac{11}{6}k_{ON} + 6r + 2p + q + k \quad (4.88)$$

Le détail de l'analyse du nombre d'opérations en virgule flottante est donné dans l'annexe I. En prenant pour exemple le redresseur à 12 thyristors de la figure 22, de la section 2.3.1 du chapitre 2, le compte des opérations en virgule flottante pour chacune des deux méthodes est le suivant :

Soit $n = 25$ noeuds
 $q = 3$ sources
 $r = 40$ composantes réactives
 $p = 43$ composantes passives
 $k = 12$ interrupteurs
 $k_{ON} = 5$ interrupteurs fermés en même temps

Alors $Flops_{ancienne} = 7089$ flops
 $Flops_{nouvelle} = 2061$ flops

Donc, la nouvelle méthode ne représente que 29 % du nombre d'opérations en virgule flottante exigées par l'ancienne méthode.

CHAPITRE 5

IMPLANTATION DANS L'APPROCHE PAR VARIABLE D'ÉTAT

Contrairement à l'approche nodale, l'approche par variable d'état ne fut pas développée spécifiquement pour la simulation à pas fixe ni spécifiquement pour la simulation des réseaux électriques. En fait l'approche par variable d'état est une méthode de simulation très générale qui s'applique à une multitude de situations et permet la simulation à pas variable ainsi qu'à pas fixe. Cette approche est à la base de plusieurs simulateurs génériques très connus, dont le plus connu est certainement le simulateur Simulink rattaché au programme de traitement mathématique Matlab.

Bien que l'approche par variable d'état ne soit pas appropriée pour la simulation des grands réseaux électriques, elle permet d'excellentes simulations de circuits de puissance de petite et moyenne envergure. L'approche par variable d'état est bien plus qu'une approche de simulation, elle est une méthode de modélisation qui fournit des outils puissants d'analyse de systèmes. Actuellement, cette approche est rarement utilisée pour la simulation en temps réel de réseaux électriques, car le système d'équations qu'elle utilise est souvent de trop grande dimension, mais de nombreux travaux très prometteurs tentent de formuler une méthode qui permettrait de satisfaire les exigences des simulations en temps réel avec cette approche, tel que les travaux de Champagne [28].

Le présent ouvrage participe dans une petite mesure à l'effort fait pour mettre au point une méthode de simulation en temps réel de circuits de puissance et réseaux électriques utilisant l'approche par variable d'état. Ce chapitre commence donc par un bref rappel de l'approche par variable d'état suivi de la méthode de commutation précise appliquée à cette approche. Finalement, le chapitre se termine sur une méthode assez originale d'optimisation de la mise à jour du système d'équations. Quelques exemples de simulations réalisées avec cette approche seront présentés dans le prochain chapitre.

5.1 L'approche de simulation par variable d'état

L'approche par variable d'état est bien connue et de nombreux excellents ouvrages l'ont traitée en détail, tel que le livre de Rugh [29] et celui de Khalil [30]. Cette section se borne donc à faire un bref rappel et de formuler les équations, principalement les équations discrètes, qui serviront pour le reste du chapitre.

Contrairement à l'approche nodale, la discrétisation du système ou du circuit se fait après la formulation des équations du système. Le système est d'abord représenté par une série d'équations différentielles de premier degré, qui chacune représentent la dynamique d'une variable ou d'un signal considéré comme un état du système. Le choix de ces variables d'état est relativement arbitraire, bien que plusieurs travaux proposent des méthodes systématiques pour les choisir. Pour l'instant, puisque le but du présent ouvrage n'est pas de décrire ni de proposer une méthode de formulation du système d'équations. Considérons seulement un système d'équations général où les variables d'état ne sont pas caractérisées et sont donc considérées quelconques. Les équations d'un système linéaire quelconque, invariant dans le temps, sont représentées sous forme matricielle de la façon suivante :

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t) \quad (5.1)$$

$$Y(t) = CX(t) + Du(t) \quad (5.2)$$

où le vecteur $X(t)$ est le vecteur des variables d'état, le vecteur $Y(t)$ représente les sorties désirées, soit les signaux du système que l'on désire mesurer, tandis que le vecteur $u(t)$ fournit les entrées du système. En fait, les variables d'état sont des signaux internes du système. Les matrices A , B , C et D contiennent les paramètres qui lient ensemble les entrées $u(t)$, les états $X(t)$ et les sorties $Y(t)$.

Ce système d'équations caractérise entièrement le système et doit être discrétisé d'une façon ou d'une autre pour en faire la simulation. Dans le cas présent et puisque le but est la

simulation en temps réel, seules les méthodes de discrétisation associées aux simulations à pas fixe seront considérées. La plus populaire des approximations utilisées dans les simulations à pas fixe, parce que la plus précise, est l'approximation trapézoïdale. Avec cette approximation et en choisissant un pas de calcul T , les équations 5.1 et 5.2 sont converties en équations discrètes de la façon suivante :

$$X(n) = A_d X(n-1) + B_d(u(n) + u(n-1)) \quad (5.3)$$

$$Y(n) = CX(n) + Du(n) \quad (5.4)$$

et

$$A_d = \left(I - \frac{T}{2} A \right)^{-1} \left(I + \frac{T}{2} A \right) \quad (5.5)$$

$$B_d = \left(I - \frac{T}{2} A \right)^{-1} \frac{T}{2} B \quad (5.6)$$

où la matrice I est la matrice identité et les matrices C et D ne changent pas lors du processus de discrétisation. Ces deux équations discrètes sont calculées à chaque pas de calcul de la simulation.

Le principal effort de calcul exigé de la simulation pour résoudre le système est l'inversion de la matrice $(I - \frac{1}{2}TA)$, essentiel pour le calcul des matrices discrétisées A_d et B_d . Cette matrice n'est pas habituellement symétrique et des méthodes très performantes, telles que la méthode LDL^T , ne peuvent pas être utilisées. En temps normal, cet inconvénient n'est pas un gros problème car la matrice peut être inversée avant que la simulation commence. Par contre, lorsque le système change en cours de simulation, comme dans le cas de circuits contenant des interrupteurs, la matrice change et doit être inversée de nouveau. Dans ce cas, le travail requis est très important car, même pour de petits systèmes, la matrice A est habituellement assez grosse. La section 5.3 de ce chapitre propose une méthode alternative qui permet de réduire substantiellement ce travail de mise à jour du système d'équations.

5.2 Commutations précises avec l'approche par variable d'état

La méthode de commutation précise, décrite dans le chapitre 3, s'appuie sur le fait que, grâce au principe de conservation de l'énergie, l'énergie accumulée dans les composantes réactives, telles que les inductances et les condensateurs, ne change pas lors de la commutation instantanée. Ce fait fournissait un moyen simple et efficace de calculer les conditions initiales après une commutation en remplaçant les composantes réactives par des sources d'énergie équivalentes. Appliqué à l'approche nodale, ce principe suggérerait de remplacer les inductances par des sources de courant équivalentes et les condensateurs par des sources de tension équivalentes. Mais dans le cas d'une simulation utilisant l'approche par variable d'état, que représentent les variables d'état et comment ce principe peut-il être appliqué ?

En fait, le principe à la base de la méthode de commutation précise est appliqué très simplement à l'approche par variable d'état en considérant que les variables d'état représentent des accumulations d'énergie. Par exemple, si les courants des inductances et les tensions des condensateurs sont choisis en tant que variables d'état, alors les variables d'état satisfont cette hypothèse. Aussi, toutes combinaisons continues de ces courants et de ces tensions peuvent servir de variables d'état tout en satisfaisant cette hypothèse car ainsi le principe de conservation ou de continuité de l'énergie est satisfait. Le choix des variables d'état n'est donc plus aussi arbitraire. C'est d'ailleurs le principe qui gouverne la plupart des méthodes d'extraction des systèmes d'équations d'état des circuits électriques, tel que les méthodes proposées par Chua [31] et par Balabanian [32].

Donc, par l'hypothèse que les variables d'état représentent une accumulation d'énergie sous une forme ou une autre et par le principe de conservation d'énergie, il s'en suit directement que les variables d'état ne changent pas lors des commutations instantanées. Elles peuvent donc servir pour déterminer les conditions initiales après la commutation.

À partir de cette hypothèse, et en supposant que le circuit est continu entre deux commutations, donc que le circuit est continu par morceaux comme le décrit Rugh [29], le processus de commutation se déroule de la façon décrite ci-après.

Après le calcul de chaque nouveau pas de la simulation, à l'aide des équations 5.3 et 5.4, la logique de commutations des interrupteurs est évaluée. Si une commutation se produit, alors l'instant θ de cette commutation est déterminé par interpolation linéaire, comme dans le cas de l'approche nodale. L'instant de commutation étant connu, le processus de commutation se déroule selon les trois étapes suivantes :

Étape 1 : Les signaux requis pour le calcul des conditions initiales sont interpolés à l'instant θ^- , entre les instants $t(n-1)$ et $t(n)$. Ce calcul permet d'obtenir la valeur de ces signaux juste avant que la commutation ne se produise. Les signaux qui doivent être traités de cette façon sont les variables d'état X et les entrées U . Donc, le calcul fait, où T correspond au pas de calcul de la simulation, est le suivant :

$$X(\theta^-) = X(n-1) + \frac{(\theta^- - t(n-1))}{T} (X(n) - X(n-1)) \quad (5.7)$$

$$u(\theta^-) = u(n-1) + \frac{(\theta^- - t(n-1))}{T} (u(n) - u(n-1)) \quad (5.8)$$

Toutes les variables d'état doivent être traitées car elles représentent la distribution des énergies dans le circuit. Elles sont donc toutes essentielles pour le calcul des conditions initiales après la commutation.

Étape 2 : Le calcul des conditions initiales est particulièrement simple avec l'approche par variable d'état. En fait, puisque les variables d'état ne changent pas lors de la commutation, les valeurs obtenues à l'étape 1 sont simplement

conservées en tant que conditions initiales, du moins en ce qui concerne les variables d'état elles-mêmes. Le seul calcul réellement requis est le calcul des sorties à l'instant θ^+ , soit après la commutation, et le calcul complet des conditions initiales est réalisé de la façon suivante :

$$X(\theta^+) = X(\theta^-) \quad (5.9)$$

$$Y(\theta^+) = C^+X(\theta^+) + D^+u(\theta^+) \quad (5.10)$$

où les matrices C^+ et D^+ sont les matrices C et D de l'équation 5.2, modifiées pour refléter la nouvelle configuration des interrupteurs.

En réalité, le calcul des sorties Y n'est requis que dans la mesure où ces signaux sont nécessaires pour déterminer, à l'aide de la logique de commutation des interrupteurs, si une commutation simultanée doit se produire. Il est donc possible de limiter le calcul aux seuls signaux requis par la logique de commutation.

Dès que les équations 5.9 et 5.10 ont été évaluées, la logique de commutation des interrupteurs est réévaluée. Si une commutation simultanée se produit, alors les matrices C^+ et D^+ sont calculées de nouveau ainsi que les équations 5.9 et 5.10. Le processus se poursuit de cette façon jusqu'à ce qu'une configuration d'interrupteurs permette à la simulation de se poursuivre à l'étape 3.

Étape 3 : L'étape finale du processus de commutation avance la simulation d'un pas de calcul et interpole les signaux, variables d'état et sorties, à l'instant $t(n)$ du pas de calcul normal de la simulation. Par contre, avant de procéder, les matrices A_d et B_d doivent être recalculées pour tenir compte du nouvel état des interrupteurs. Ces matrices sont habituellement assez grosses et

requièrent l'inversion d'une matrice. C'est donc le principal effort de calcul exigé par le processus de commutation. Donc

$$\mathbf{A}_d^* = \left(\mathbf{I} - \frac{T}{2} \mathbf{A}^* \right)^{-1} \left(\mathbf{I} + \frac{T}{2} \mathbf{A}^* \right) \quad (5.11)$$

$$\mathbf{B}_d^* = \left(\mathbf{I} - \frac{T}{2} \mathbf{A}^* \right)^{-1} \frac{T}{2} \mathbf{B}^* \quad (5.12)$$

Les matrices \mathbf{C}^* et \mathbf{D}^* ont déjà été évaluées à l'étape 2 et ne doivent donc pas être réévaluées.

Avec ces nouvelles matrices, la simulation est avancée d'un pas de calcul complet vers l'instant $\theta^* + T$ à l'aide des équations suivantes :

$$\mathbf{X}(\theta^* + T) = \mathbf{A}_d^* \mathbf{X}(\theta^*) + \mathbf{B}_d^* (\mathbf{u}(\theta^* + T) + \mathbf{u}(\theta^*)) \quad (5.13)$$

$$\mathbf{Y}(\theta^* + T) = \mathbf{C}^* \mathbf{X}(\theta^* + T) + \mathbf{D}^* \mathbf{u}(\theta^* + T) \quad (5.14)$$

Et finalement, les variables d'état ainsi que les sorties sont interpolées à l'instant $t(n)$ de la simulation à l'aide des équations suivantes :

$$\mathbf{X}(n) = \mathbf{X}(\theta^*) + \frac{(t(n) - \theta^*)}{T} (\mathbf{X}(\theta^* + T) - \mathbf{X}(\theta^*)) \quad (5.15)$$

$$\mathbf{Y}(n) = \mathbf{Y}(\theta^*) + \frac{(t(n) - \theta^*)}{T} (\mathbf{Y}(\theta^* + T) - \mathbf{Y}(\theta^*)) \quad (5.16)$$

Le processus complet est assez direct et peut sembler plus performant que pour l'approche nodale. Mais, en réalité, le nombre de signaux qui doivent être traités et la taille des matrices impliquées dans le processus sont habituellement beaucoup plus importants. De plus, les matrices qui doivent être inversées ne bénéficient pas des propriétés de symétrie dont bénéficie la matrice d'admittance des noeuds de l'approche nodale. L'effort requis est donc souvent plus important avec l'approche par variable d'état que pour l'approche nodale, pour

un même circuit. Heureusement, il est possible d'augmenter considérablement la performance du processus par l'ajout d'une méthode originale de modélisation et de mise à jour du système d'équations. C'est le sujet de la prochaine section.

5.3 Optimisation de la mise à jour du système d'équations d'état

La mise à jour du système d'équations d'état exige beaucoup d'effort de calcul car les matrices changent lors de chaque commutation. En fait, lorsqu'un modèle quasi idéal d'interrupteurs est utilisé, l'impédance des interrupteurs change lors des commutations, ce qui a pour effet de changer quelques termes des matrices. Même si le nombre de termes qui change est très réduit, les matrices doivent être recalculées et une inversion est nécessaire pour obtenir les matrices du système d'équations discrètes. S'il était possible de mettre au point un système d'équations d'état dont les matrices ne changent pas, la performance de la simulation en serait grandement améliorée.

Ce système d'équations existe et est obtenu en modélisant les interrupteurs par des sources de courant commandées, comme dans le cas de l'optimisation de l'approche nodale décrite dans la section 4.4. Grâce au principe de substitution, utilisé par Opal [6] dans ses travaux sur les circuits non-linéaires, les interrupteurs sont remplacés par des sources de courant équivalentes au courant traversant les interrupteurs à un moment donné. Cette technique est déjà utilisée dans le Power System Blockset (PSB) de Mathwork [33]. Le calcul des courants des interrupteurs est alors fait séparément, en tenant compte de leur impédance à ce moment. Ainsi, les matrices du système d'équations ne dépendent plus des impédances des interrupteurs et l'effet des interrupteurs est entièrement reporté dans le vecteur des entrées sous forme de source de courant. Il suffit d'augmenter le vecteur des entrées pour y ajouter ces sources de courant et de s'assurer que les tensions des interrupteurs fassent partie des signaux de sortie, de façon à permettre le calcul de leur courant.

Le nouveau système d'équations d'état, préalablement discrétisé, prend donc la forme suivante :

$$X(n) = A_d X(n-1) + B_d u(n-1) + \begin{bmatrix} B_w & B_{sw} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W(n) \\ I_{sw}(n) \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

$$\begin{bmatrix} Z(n) \\ V_{sw}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_z \\ C_{sw} \end{bmatrix} X(n) + \begin{bmatrix} D_{zw} & D_{zsw} \\ D_{sww} & D_{swsw} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W(n) \\ I_{sw}(n) \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

$$I_{sw}(n) = G_{sw} V_{sw}(n) \quad (5.19)$$

où les matrices B_w et B_{sw} sont des sous-matrices de la matrice B_d . De la même façon, les matrices C_z et C_{sw} sont des sous-matrices de la matrice C et les matrices D_{zw} , D_{zsw} , D_{sww} et D_{swsw} sont des sous-matrices de la matrice D . Aussi, le vecteur W est un sous-vecteur du vecteur u des entrées qui représente toutes les sources qui ne sont pas des interrupteurs tandis que le sous-vecteur I_{sw} représente toutes les sources de courant des interrupteurs. De la même façon, Le vecteur Z est un sous-vecteur du vecteur des sorties Y qui représente toutes les sorties qui ne sont pas des tensions d'interrupteurs tandis que le sous-vecteur V_{sw} représente toutes les tensions des interrupteurs. Pour finir, la matrice G_{sw} est une matrice diagonale qui représente les admittances des interrupteurs.

Ce système d'équations peut être réécrit en extrayant les sous-matrices, ce qui produit le système de quatre équations matricielles suivant :

$$X(n) = A_d X(n-1) + B_d u(n-1) + B_w W(n) + B_{sw} I_{sw}(n) \quad (5.20)$$

$$Z(n) = C_z X(n) + D_{zw} W(n) + D_{zsw} I_{sw}(n) \quad (5.21)$$

$$V_{sw}(n) = C_{sw} X(n) + D_{sww} W(n) + D_{swsw} I_{sw}(n) \quad (5.22)$$

$$I_{sw}(n) = G_{sw} V_{sw}(n) \quad (5.23)$$

Dans ce dernier système d'équations, seule la matrice d'admittance des interrupteurs G_{SW} change lors des commutations et toutes les autres matrices peuvent être calculées avant que la simulation commence. Par contre, les équations 5.20, 5.22 et 5.23 forment une boucle algébrique qui doit être résolue d'une façon ou d'une autre. Par exemple, en remplaçant l'équation 5.20 dans l'équation 5.22, la tension des interrupteurs est exprimée uniquement en fonction des états passés et des entrées passées et actuelles :

$$V_{SW}(n) = C_{SW}A_dX(n-1) + C_{SW}B_dU(n-1) + (C_{SW}B_w + D_{SWW})W(n) + (C_{SW}B_{SW} + D_{SWSW})I_{SW}(n) \quad (5.24)$$

En remplaçant cette dernière équation dans l'équation 5.23, la boucle algébrique devient évidente :

$$I_{SW}(n) = G_{SW} [C_{SW}A_dX(n-1) + C_{SW}B_dU(n-1) + (C_{SW}B_w + D_{SWW})W(n)] + G_{SW}(C_{SW}B_{SW} + D_{SWSW})I_{SW}(n) \quad (5.25)$$

et finalement la boucle algébrique est résolue par l'équation suivante :

$$I_{SW}(n) = [I - G_{SW}(C_{SW}B_{SW} + D_{SWSW})]^{-1} G_{SW} [C_{SW}A_dX(n-1) + C_{SW}B_dU(n-1) + (C_{SW}B_w + D_{SWW})W(n)] \quad (5.26)$$

En posant

$$Q(n) = A_dX(n-1) + B_dU(n-1) + B_wW(n) \quad (5.27)$$

$$M = I - G_{SW}(C_{SW}B_{SW} + D_{SWSW}) \quad (5.28)$$

le système d'équations devient, en forme plus abrégée

$$I_{SW}(n) = M^{-1}G_{SW} [C_{SW}Q(n) + D_{SWW}W(n)] \quad (5.29)$$

$$X(n) = Q(n) + B_{SW}I_{SW}(n) \quad (5.30)$$

$$Z(n) = C_zX(n) + D_{ZW}W(n) + D_{ZSW}I_{SW}(n) \quad (5.31)$$

$$V_{SW}(n) = C_{SW}X(n) + D_{SWW}W(n) + D_{SWSW}I_{SW}(n) \quad (5.32)$$

L'avantage de ce nouveau système d'équations est que seules les matrices G_{sw} et M changent lors des commutations. De plus, la matrice M est la seule qui doit être inversée et elle est toujours symétrique car elle lie les courants des interrupteurs aux tensions des interrupteurs, d'où les indices SW de chacune des matrices qui la composent. Une autre façon de voir la symétrie de la matrice M est que la matrice $(C_{sw}B_{sw}+D_{swsw})$ multipliée au vecteur $I_{sw}(n)$ fournit la contribution des courants des interrupteurs aux tensions des interrupteurs, dans l'équation 5.24. S'il n'y a pas de couplage entre les interrupteurs, alors cette matrice est diagonale, donc symétrique. Par contre, s'il y a couplage entre les interrupteurs, puisque cette matrice représente les couplages des interrupteurs les uns aux autres et que tous les interrupteurs sont représentés dans la matrice, elle doit être symétrique. Donc, quelle que soit la situation, la matrice M est symétrique.

Le fait que la matrice M soit symétrique est très intéressant car les méthodes performantes d'inversion de matrice, telle que la méthode LDL^T décrite dans la section 4.2 du chapitre 4, peuvent être utilisées et fournir ainsi une meilleure performance pour la simulation des commutations. De plus, la matrice M est toujours de la taille du nombre d'interrupteurs dans le circuit, ce qui est habituellement beaucoup plus petit que le nombre de variables d'état. L'inversion de la matrice M est donc beaucoup moins coûteuse en effort de calcul que l'inversion requise par les équations 5.5 et 5.6.

Comme pour l'approche nodale, il est possible de faire encore mieux. En effet, en choisissant d'utiliser un modèle hybride d'interrupteur, soit un interrupteur dont l'impédance à l'état ouvert est infinie et une impédance à l'état fermé très faible, il est possible de réduire l'effort d'inversion à une matrice de la taille du nombre d'interrupteurs qui sont fermés. Tel que discuté dans la section 3.4 du chapitre 3 et dans la section 4.4 du chapitre 4, ce choix est valide lorsque les interrupteurs sont accompagnés de circuit d'amortissement, comme dans la plupart des circuits de puissance. Grâce à ce choix, les termes de la diagonale de la matrice G_{sw} qui correspondent à des interrupteurs ouverts

deviennent nuls. Ainsi, la matrice M acquiert une structure particulièrement intéressante selon laquelle les rangées de la matrice M , obtenue alors que tous les interrupteurs sont fermés, qui correspondent aux interrupteurs ouverts sont simplement remplacées par les mêmes rangées de la matrice identité. Par exemple, en supposant que dans un circuit de 6 interrupteurs, les interrupteurs 3 et 5 sont ouverts tandis que les interrupteurs 1, 2, 4 et 6 sont fermés, alors en partant d'une matrice M dont tous les interrupteurs sont fermés, la nouvelle matrice M^* sera

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} & m_{16} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} & m_{26} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} & m_{34} & m_{35} & m_{36} \\ m_{14} & m_{24} & m_{34} & m_{44} & m_{45} & m_{46} \\ m_{15} & m_{25} & m_{35} & m_{45} & m_{55} & m_{56} \\ m_{16} & m_{26} & m_{36} & m_{46} & m_{56} & m_{66} \end{bmatrix} \Rightarrow M^* = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} & m_{16} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} & m_{26} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ m_{14} & m_{24} & m_{34} & m_{44} & m_{45} & m_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ m_{16} & m_{26} & m_{36} & m_{46} & m_{56} & m_{66} \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

Puisque la seule différence entre la matrice M et la matrice M^* sont les deux rangées 3 et 5 qui ont été remplacées par les rangées correspondantes de la matrice identité, la matrice M peut être calculée à l'avance. Aussi, en réorganisant la matrice M^* , comme dans le cas de la matrice M^* de l'approche nodale de la section 4.4, de façon à regrouper les rangées qui correspondent à des interrupteurs fermés dans le haut de la matrice, et les colonnes des mêmes interrupteurs dans la partie gauche de la matrice, la matrice M^* prend la forme suivante :

$$M^* = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} & m_{16} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} & m_{26} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ m_{14} & m_{24} & m_{34} & m_{44} & m_{45} & m_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ m_{16} & m_{26} & m_{36} & m_{46} & m_{56} & m_{66} \end{bmatrix} \Rightarrow M^{**} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{14} & m_{16} & m_{13} & m_{15} \\ m_{12} & m_{22} & m_{24} & m_{26} & m_{23} & m_{25} \\ m_{14} & m_{24} & m_{44} & m_{46} & m_{34} & m_{45} \\ m_{16} & m_{26} & m_{46} & m_{66} & m_{36} & m_{56} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

La nouvelle matrice M^{**} est formée de quatre sous-matrices et est réécrite en format abrégé de la façon suivante :

$$M^{**} = \left[\begin{array}{c|c} M_{ON} & M_{OFF} \\ \hline 0 & I \end{array} \right] \quad (5.35)$$

En posant que la matrice P est égale à l'inverse de la matrice M^{**} , alors

$$M^{**}P = I \quad \Rightarrow \quad \left[\begin{array}{c|c} M_{ON} & M_{OFF} \\ \hline 0 & I_2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} P_{11} & P_{12} \\ \hline P_{21} & P_{22} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} I_1 & 0 \\ \hline 0 & I_2 \end{array} \right] \quad (5.36)$$

et la matrice W est obtenue par :

$$P = \left[\begin{array}{c|c} M_{ON}^{-1} & -M_{OFF}M_{ON}^{-1} \\ \hline 0 & I_2 \end{array} \right] = M^{**^{-1}} \quad (5.37)$$

Finalement, le produit de l'inverse de la matrice M^{**} avec la matrice G_{SW}^{**} , cette dernière étant obtenue par la même réorganisation des rangées et des colonnes, fournit un résultat intéressant, soit :

$$M^{**^{-1}}G_{SW}^{**} = \left[\begin{array}{c|c} M_{ON}^{-1} & -M_{OFF}M_{ON}^{-1} \\ \hline 0 & I_2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} G_{ON} & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} G_{ON}M_{ON}^{-1} & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] \quad (5.38)$$

En d'autres mots, en réorganisant les termes des vecteurs et des matrices de l'équation 5.29, l'équation 5.29 est réécrite de la façon suivante :

$$\left[\begin{array}{c} I_{ON}(n) \\ \hline I_{OFF}(n) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} G_{ON}M_{ON}^{-1} & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} N_{ON}(n) \\ \hline N_{OFF}(n) \end{array} \right] \quad (5.39)$$

où

$$N(n) = C_{SW}Q(n) + D_{SW}W(n) \quad (5.40)$$

Donc

$$I_{ON}(n) = G_{ON} M_{ON}^{-1} N_{ON}(n) \quad (5.41)$$

$$I_{OFF}(n) = 0 \quad (5.42)$$

Avec ces deux dernières équations, il est clair que grâce au modèle hybride, le courant des interrupteurs qui sont fermés est obtenu en inversant une matrice dont la taille est égale au nombre des interrupteurs fermés. Les termes de cette matrice sont tirés des colonnes et des rangées de la matrice M , qui correspondent à ces interrupteurs fermés, et la matrice M est calculée à l'avance. De plus, la matrice M_{ON} est symétrique, permettant ainsi l'utilisation d'algorithmes d'inversion très performants.

Par contre, avec cette approche, le calcul des conditions initiales est un peu plus compliqué que la simple interpolation des variables d'état et le calcul des sorties, tel que décrit dans la section 5.2. En fait, le courant des interrupteurs à l'instant de la commutation doit être calculé, sachant que les variables d'état ne changent pas, donc que

$$X(\theta^+) = X(\theta^-) \quad (5.43)$$

$$Z(\theta^+) = C_Z X(\theta^+) + D_{ZW} W(\theta^+) + D_{ZSW} I_{SW}(\theta^+) \quad (5.44)$$

$$V_{SW}(\theta^+) = C_{SW} X(\theta^+) + D_{SWW} W(\theta^+) + D_{SWSW} I_{SW}(\theta^+) \quad (5.45)$$

$$I_{SW}(\theta^+) = G_{SW} V_{SW}(\theta^+) \quad (5.46)$$

La boucle algébrique ainsi formée doit être résolue, ce qui donne la solution suivante :

$$I_{SW}(\theta^+) = [I - G_{SW} D_{SWSW}]^{-1} G_{SW} [C_{SW} X(\theta^+) + D_{SWW} W(\theta^+)] \quad (5.47)$$

Cette dernière équation propose une nouvelle matrice M^* ayant les mêmes propriétés de symétrie et de structure que la matrice M décrite plus tôt.

Donc, en posant que la matrice M^* est obtenue par l'équation ci-dessous, où tous les interrupteurs sont considérés comme étant fermés

$$M^* = I - G_{SW} D_{SWSW^*} \quad (5.48)$$

et sachant que la matrice M_{ON}^* est obtenue en tirant les termes appropriés de la matrice M^* , le calcul des conditions initiales est réalisé de la façon suivante :

$$I_{ON}(\theta^+) = M_{ON}^{*-1} G_{ON} [C_{SW} X(\theta^+) + D_{SWR^*} W(\theta^+)] \quad (5.49)$$

$$Z(\theta^+) = C_Z X(\theta^+) + D_{ZW} W(\theta^+) + D_{ZSW} I_{SW}(\theta^+) \quad (5.50)$$

$$V_{SW}(\theta^+) = C_{SW} X(\theta^+) + D_{SWW} W(\theta^+) + D_{SWSW^*} I_{SW}(\theta^+) \quad (5.51)$$

Ici aussi, la solution de l'équation 5.49 est obtenue par la méthode LDL^T déjà décrite ou toute autre méthode performante adaptée aux matrices symétriques.

En résumé, la simulation se déroule de la façon suivante :

- 1) La phase d'initialisation de la simulation commence par la création du système initial d'équations, soit les matrices A, B, C et D des équations 5.1 et 5.2, selon une méthode appropriée, tel que les méthodes tirées de la théorie des graphes et proposées par Chua [31] et par Balabanian [32]. Les matrices A et B sont ensuite discrétisées selon les équations 5.5 et 5.6. À partir des matrices ainsi obtenues, les matrices M et M^* sont calculées avec les équations ci-dessous, en considérant que tous les interrupteurs sont fermés.

$$M = I - G_{SW} (C_{SW} B_{SW^*} + D_{SWSW^*}) \quad (5.52)$$

$$M^* = I - G_{SW} D_{SWSW^*} \quad (5.53)$$

Aussi, les matrices L_{ON} , D_{ON} , L_{ON}^* et D_{ON}^* obtenues grâce à la méthode LDL^T à partir des matrices M_{ON} et M_{ON}^* , sont fixées à zéro pour tenir compte du fait que les interrupteurs sont tous initialement ouverts.

- 2) Pendant le cycle de simulation, le pas de calcul normal se déroule de la façon suivante :

$$Q(n) = A_d X(n-1) + B_d u(n-1) + B_w W(n) \quad (5.53)$$

$$N(n) = C_{sw} Q(n) + D_{sww} W(n) \quad (5.54)$$

$$I_{ON}(n) = M_{ON}^{-1} G_{ON} N_{ON}(n) \quad (5.55)$$

$$X(n) = Q(n) + B_{sw} I_{sw}(n) \quad (5.56)$$

$$Z(n) = C_z X(n) + D_{zw} W(n) + D_{zsw} I_{sw}(n) \quad (5.57)$$

$$V_{sw}(n) = C_{sw} X(n) + D_{sww} W(n) + D_{swsw} I_{sw}(n) \quad (5.58)$$

La solution de l'équation 5.55 est obtenue par la méthode LDL^T décrite dans la section 4.2 du chapitre 4.

- 3) Suite aux calculs de l'étape 2, la logique de commutation des interrupteurs est évaluée et si une commutation se produit, l'instant de la commutation est déterminé par interpolation linéaire. Ensuite, les variables d'état et les entrées sont interpolées à l'instant de commutation. Avant de calculer les conditions initiales, la décomposition par la méthode LDL^T de la nouvelle matrice M_{ON}^* est effectuée, soit

$$L_{ON}^* D_{ON}^* L_{ON}^{*T} = M_{ON}^* \quad (5.59)$$

Et avec ces signaux interpolés, les conditions initiales après commutation sont calculées à l'aide des équations 5.49 à 5.51. Avec ces conditions initiales, la logique de commutation des interrupteurs est réévaluée pour détecter la présence d'une commutation simultanée et si une autre commutation se produit, alors l'équation 5.59 ci-dessus est recalculée ainsi que les équations 5.49 et 5.51, jusqu'à ce que le système se stabilise dans une configuration d'interrupteur qui permet la poursuite

de la simulation. Une fois cette configuration finale atteinte, la nouvelle matrice M_{ON} est aussi décomposée par la méthode LDL^T , pour refléter cette nouvelle configuration d'interrupteurs, soit

$$L_{ON} D_{ON} L_{ON}^T = M_{ON} \quad (5.60)$$

La simulation est avancée d'un pas de calcul complet vers l'instant $\theta^+ + T$ à l'aide des équations suivantes :

$$Q(\theta^+ + T) = A_d X(\theta^+) + B_d u(\theta^+) + B_w W(\theta^+ + T) \quad (5.61)$$

$$N(\theta^+ + T) = C_{sw} Q(\theta^+ + T) + D_{sww} W(\theta^+ + T) \quad (5.62)$$

$$I_{ON}(\theta^+ + T) = M_{ON}^{-1} G_{ON} N_{ON}(\theta^+ + T) \quad (5.63)$$

$$X(\theta^+ + T) = Q(\theta^+ + T) + B_{sw} I_{sw}(\theta^+ + T) \quad (5.64)$$

$$Z(\theta^+ + T) = C_z X(\theta^+ + T) + D_{zw} W(\theta^+ + T) + D_{zsw} I_{sw}(\theta^+ + T) \quad (5.65)$$

$$V_{sw}(\theta^+ + T) = C_{sw} X(\theta^+ + T) + D_{sww} W(\theta^+ + T) + D_{swsw} I_{sw}(\theta^+ + T) \quad (5.66)$$

Comme précédemment, l'équation 5.63 est résolue par la méthode LDL^T déjà décrite. Finalement, les variables d'état ainsi que les signaux de sorties, les courants des interrupteurs et leur tension sont interpolés à l'instant du pas de calcul normal de la simulation.

La nouvelle méthode représente un gain de performance très appréciable par rapport à la méthode habituelle. Par exemple, en analysant seulement l'étape 3 du processus de commutation, comme pour l'approche nodale, le nombre d'opération en virgule flottante (flops) de l'ancienne et de la nouvelle méthode sont donné par les équations suivantes :

Soit n = nombre d'états
 q = nombre d'entrées
 r = nombre de sorties
 k = nombre d'interrupteurs
 k_{ON} = nombre maximum d'interrupteurs fermés en même temps

Alors

$$Flops_{ancienne} = \frac{2}{3}n^3 + 5n^2 + 2(n+q)(r+k) + q(3n+1) - k - r \quad (5.67)$$

$$Flops_{nouvelle} = \left(\frac{1}{3}k_{ON}^3 + 3k_{ON}^2 + k_{ON}(2k+2r+2q-\frac{7}{3}) + 2n^2 \right) + n(2k+2r+2q+6k_{ON}-3) + q(2k+2r+1) - k - r \quad (5.68)$$

Le détail de l'analyse du nombre d'opérations en virgule flottante est donné dans l'annexe II. Comme pour l'analyse faite pour l'approche nodale, le compte des opérations en virgule flottante pour le redresseur à 12 thyristors de la figure 22, de la section 2.3.1 du chapitre 2, est le suivant :

Soit n = 48 états
 q = 3 sources
 r = 7 sorties
 k = 12 interrupteurs
 k_{ON} = 5 interrupteurs fermés en même temps

Alors $Flops_{ancienne} = 87602$ flops
 $Flops_{nouvelle} = 8439$ flops

Donc, la nouvelle méthode ne représente que 9.63 % du nombre d'opérations en virgule flottante exigées par l'ancienne méthode.

CHAPITRE 6

RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

Quelques essais de la méthode de commutation précise, appliquée aux approches nodales et par variable d'état, sont présentés dans ce chapitre. Les montages furent choisis en fonction de leurs caractéristiques respectives et dans le but de mettre en évidence certaines des aptitudes de la méthode de commutation. Ainsi le chapitre est divisé en deux parties, la première se consacre à la qualité de la simulation et met en évidence la précision que procure la méthode de commutation. Les résultats présentés dans cette partie furent réalisés avec l'approche nodale ainsi qu'avec l'approche par variable d'état. La deuxième partie se concentre sur les performances en temps réel permises par la méthode de commutation tout en maintenant un haut niveau de précision. Par contre, dans ce cas, seule l'approche nodale fut utilisée pour l'évaluation de la performance en temps réel.

6.1 Évaluation de la qualité de la simulation

Plusieurs aspects de la méthode de commutation précise procurent à la simulation sa qualité et sa précision. Ce sont le pas intermédiaire qui permet de corriger le retard de commutation, le calcul des conditions initiales après la commutation et la réalisation des commutations simultanées. Les deux montages présentés ici furent choisis dans le but de mettre en évidence les bénéfices que procurent ces trois solutions aux problèmes des commutations.

Les résultats obtenus avec la méthode de commutation, appliquée à l'approche nodale et à l'approche par variable d'état, sont comparés aux résultats obtenus avec un simulateur à pas variable très précis, le Power System Blockset (PSB) de Mathworks [33] et décrit dans les travaux de Dessaint [34] et de Sybille [35][36]. Ce simulateur réduit les pas de calcul de la simulation pour maintenir une grande précision lorsque les signaux varient très rapidement, par exemple, lors des commutations.

6.1.1 Simulation d'un redresseur à 12 thyristors

Le circuit du redresseur à 12 thyristors, de la figure 47 ci-dessous, met en évidence l'effet des retards de commutation ainsi que l'imprécision des conditions initiales. Les retards de commutation introduisent des harmoniques non caractéristiques qui sont la cause de fluctuations dans le courant CC de la charge et l'imprécision des conditions initiales change le point d'opération du circuit, ce qui modifie le niveau CC du courant de la charge. Pour bien mettre en évidence les erreurs de commutation, le circuit est simulé sans contrôleur, soit à angle d'amorçage fixe. Dans le cas contraire, si un contrôleur est utilisé, il force le circuit à rejoindre la consigne, au prix d'un effort supplémentaire de la part du contrôleur, et atténue l'effet des imprécisions.

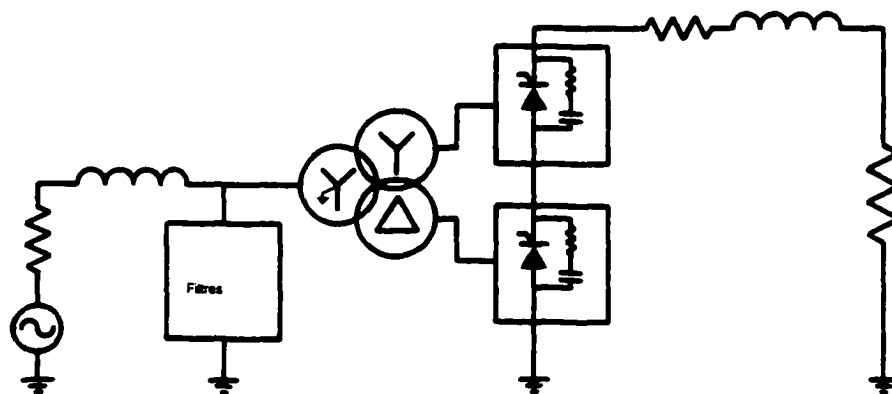


Figure 47 - Schéma du redresseur à 12 thyristors

Le circuit est composé de deux ponts de 6 thyristors connectés en série avec la charge et alimentés par une source triphasée de 60 Hz au travers d'un transformateur connecté en Y et un autre, connecté en Delta. La source triphasée est filtrée par un ensemble de filtre qui élimine les harmoniques 3, 5, 7, 9, 11 et 13. Finalement, chaque thyristor est accompagné d'un circuit d'amortissement composé d'une branche RC.

Dans le but de simplifier la génération des impulsions de gâchette, le générateur d'impulsions raccordé aux gâchettes des thyristors est synchronisé sur un signal de référence synthétique, soit un signal sinusoïdal idéal de 60 Hz. Les impulsions sont générées de telle façon que l'angle d'amorçage de chaque thyristor est fixé à 18 degrés. Donc, chaque thyristor est amorcé à intervalle de 30 degrés les uns par rapport aux autres et il n'y a donc pas de commutations simultanées dans la simulation de ce circuit.

Pour obtenir le courant CC simulé de la charge, présenté dans la figure 48 ci-dessous, le pas de calcul de la simulation fut choisi arbitrairement à 100 μ s. Avec ce pas de calcul, la période de la fréquence fondamentale du circuit n'est pas synchronisée avec le pas de calcul. En fait, la période de la fréquence fondamentale correspond à $166\frac{2}{3}$ pas de calcul. Aussi, l'angle d'amorçage des thyristors n'est pas non plus synchronisé avec le pas de calcul, puisque l'angle d'amorçage de 18 degrés correspond à $8\frac{1}{3}$ pas de calcul. Ainsi, les instants de commutations des thyristors ne coïncident qu'occasionnellement avec un pas de calcul et se situent la plupart du temps entre deux pas de calcul. La figure 48 montre les résultats de simulation réalisés avec l'approche nodale et l'approche par variable d'état, avec et sans la méthode de commutation précise, et avec le simulateur à pas variable PSB,.

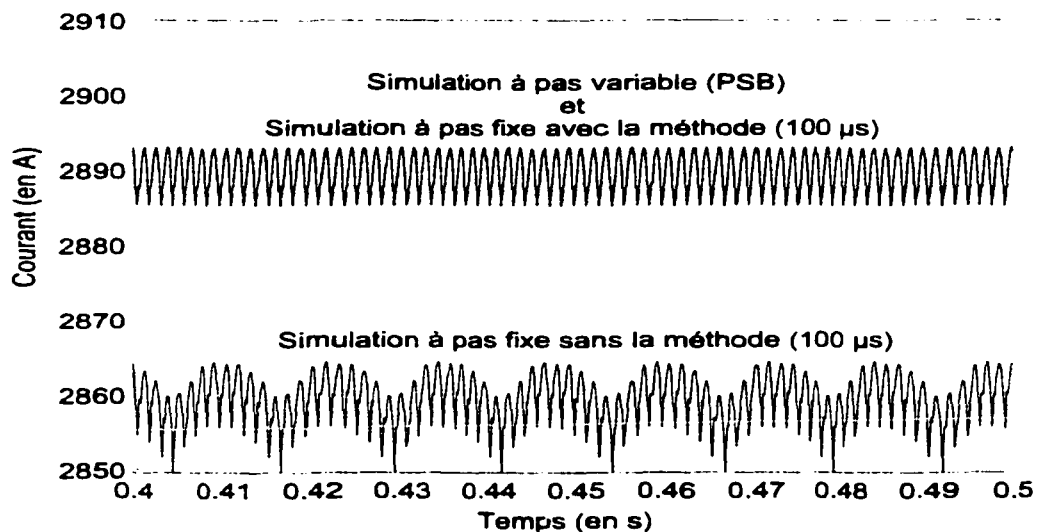


Figure 48 - Courant CC de la charge simulé avec et sans la méthode de commutation

Les simulations réalisées avec PSB et avec les deux approches de simulation qui utilisent la méthode de commutation précise se superposent quasi parfaitement. En fait, les signaux doivent être agrandis plusieurs fois pour noter les infimes différences entre eux. Malgré le peu de différence entre ces simulations, la simulation réalisée avec PSB s'exécute en plus de 100 fois le temps de chacune des deux autres simulations.

Les simulations réalisées sans la méthode de commutation, montrent d'importantes fluctuations ainsi qu'un niveau CC erroné. Inversement, lorsque la méthode est utilisée, le courant CC de la charge est complètement exempt de fluctuations, et donc des harmoniques non caractéristiques qu'elles génèrent, et le niveau CC est respecté. Sans la méthode de commutation, deux erreurs se produisent, soit un retard de commutation et une erreur de conditions initiales. Le retard de commutation est la source des fluctuations, alors que l'erreur de conditions initiales cause une migration du niveau CC du courant de la charge.

Pour mettre en évidence ce dernier fait, la figure 49 ci-dessous montre le courant CC de la charge obtenu avec trois pas de calcul différents, soit 25 μs , 50 μs et 100 μs . Dans ces simulations, le retard de commutation est corrigé à l'aide des méthodes proposées par Kuffel [10], Strunz [11] et Do [12]. Ces méthodes ne corrigent pas adéquatement les erreurs des

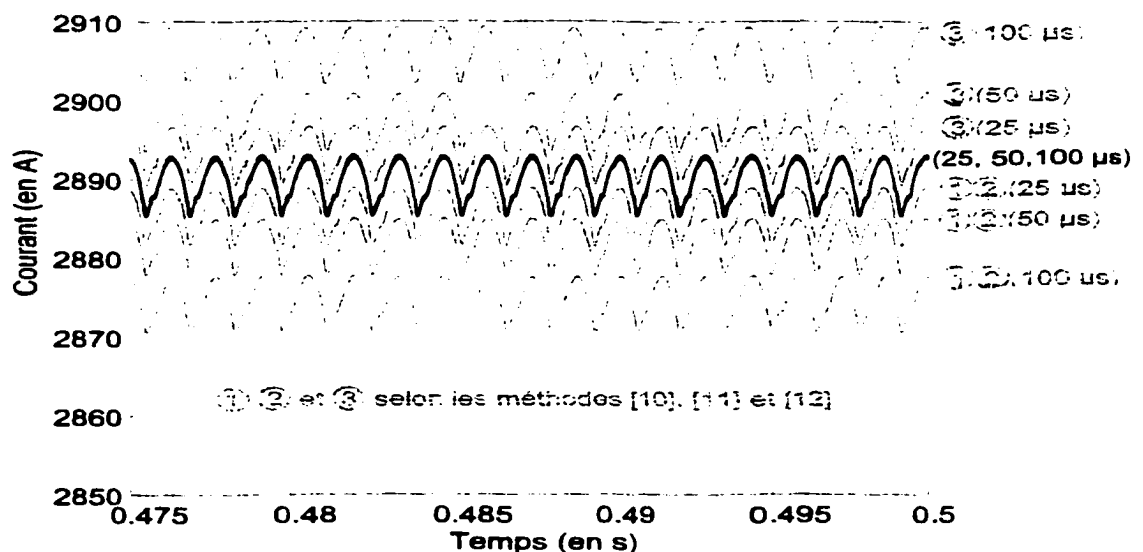


Figure 49 - Courant CC de la charge à différents pas de calcul

conditions initiales, d'où le déplacement du niveau CC du courant de la charge lorsque le pas de calcul change, représenté dans la figure 49. Par contre, avec la méthode de commutation proposée, le niveau CC du courant de la charge est respecté à chacun de ces différents pas de calcul, comme le montre la courbe plus foncée au milieu du graphique de la figure 49. En fait, cette courbe est une superposition des courants de charge obtenus avec la méthode de commutation aux trois pas de calculs.

Grâce à la précision que procure la méthode de commutation, l'angle d'amorçage des thyristors peut être choisi avec une grande précision. Par exemple, lorsque le pas de calcul de la simulation est fixé à 50 μ s et lorsque les erreurs de commutation ne sont pas compensées par une façon ou une autre, la résolution de l'angle d'amorçage est limitée à environ 1 degré. Par contre, lorsque la méthode de commutation précise est utilisée, l'angle d'amorçage est choisi avec une résolution beaucoup plus fine, indépendamment de la taille du pas de calcul. Par exemple, la figure 50 montre l'impact sur le courant CC de la charge d'une variation de 0.001 degré de l'angle d'amorçage des thyristors. L'angle d'amorçage fixé initialement à 18 degrés est changé pour un angle de 18.001 degrés à 0.9 s.

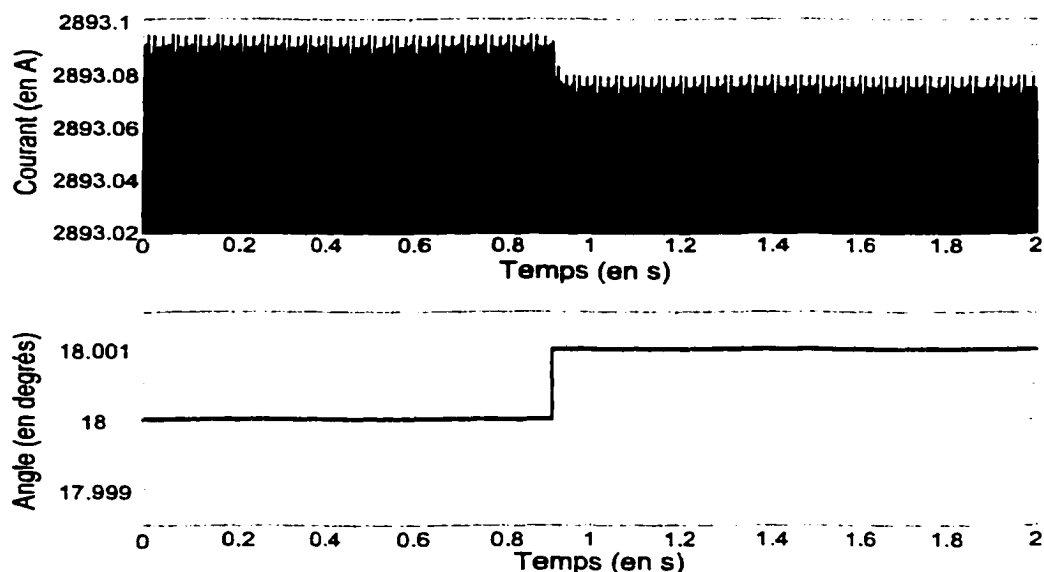


Figure 6.4 - Résolution de l'angle d'amorçage avec la méthode

Les graphiques de la figure 51 ci-dessous montrent quelques autres signaux obtenus avec les simulations nodales et par variable d'état qui utilisent la méthode de commutation précise. Chacune de ces courbes est superposée sur les résultats de simulations équivalentes effectuées à l'aide du simulateur à pas variable PSB. Les différences entre ces courbes sont minimales et les courbes doivent être agrandies plusieurs fois pour les distinguer.

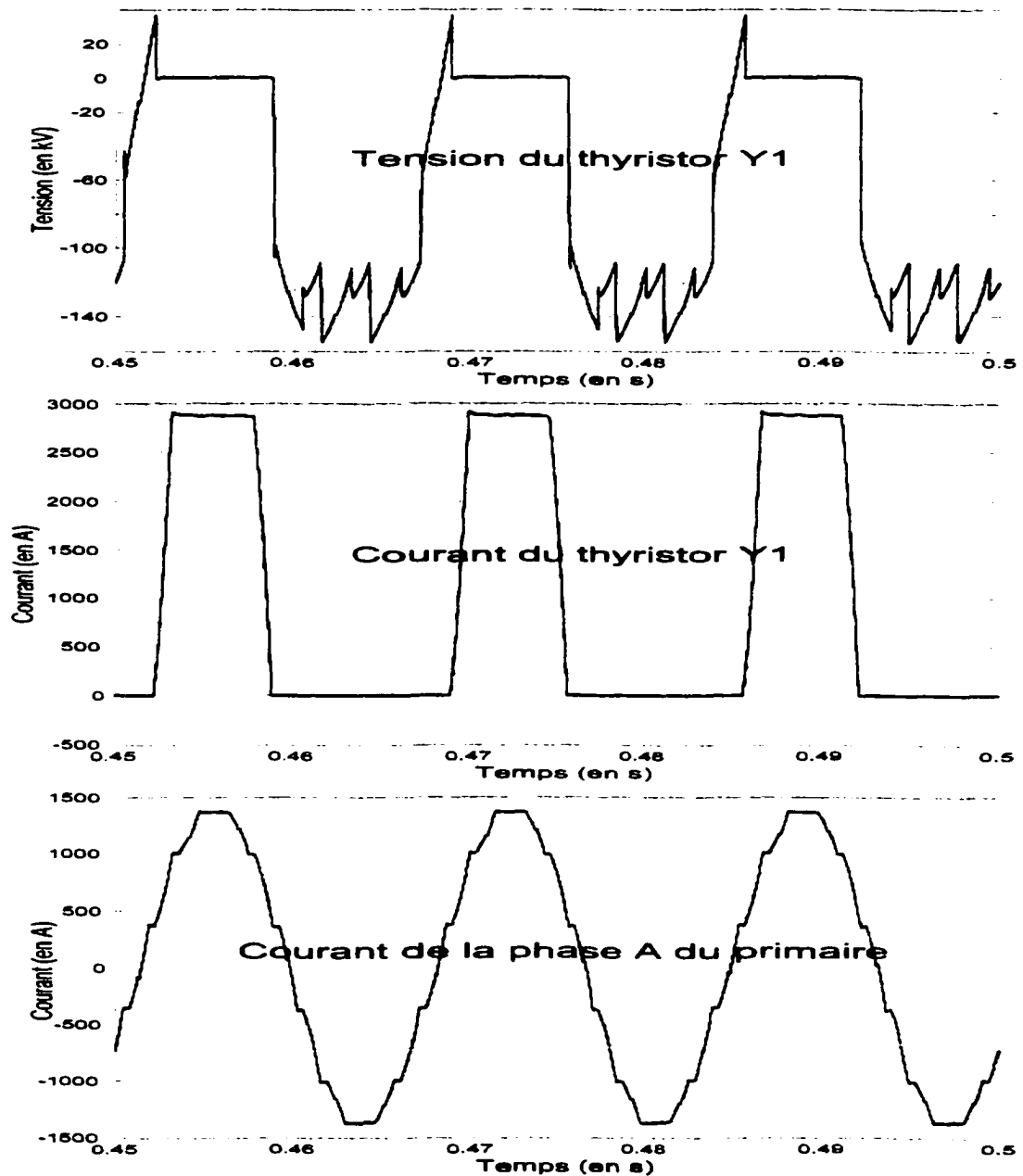


Figure 51 - Quelques autres exemples de signaux simulés

6.1.2 Simulation d'un onduleur MLI

Le circuit de l'onduleur MLI, tiré des circuits de démonstration de PSB [33] et représenté dans la figure 52 ci-dessous, est particulièrement difficile à simuler. Le pont de 6 MOSFETs commute à haute fréquence, pouvant aller jusqu'à une fréquence de commutation moyenne de 20 kHz. Aussi, plusieurs commutations simultanées se produisent à chaque instant de commutation. En effet, les MOSFETs sont accompagnés par des diodes, connectées en antiparallèle, et commutent chaque fois qu'un MOSFET change d'état. De plus, les MOSFETs d'une même branche du pont reçoivent des impulsions complémentaires et commutent donc en opposition et simultanément.

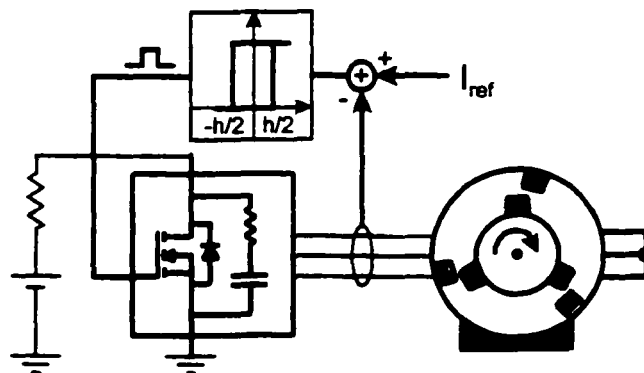


Figure 52 - Schéma de l'onduleur MLI

L'onduleur MLI de la figure 52 fonctionne obligatoirement en boucle fermée. Dans le cas présent, le courant de ligne est régulé par un contrôleur à hystérésis. La largeur de la bande d'hystérésis détermine la fréquence moyenne de commutation et, selon Brod [37], est estimée par l'équation suivante :

$$f_{sw} = \frac{2V_{CC}}{9hL} \quad (6.1)$$

où V_{CC} est la source d'alimentation CC, h est la largeur de la bande d'hystérésis et L est l'inductance du moteur vue par l'onduleur.

En temps normal, selon Brod [37], la différence entre le courant de ligne et le courant de référence ne doit pas dépasser la bande d'hystérésis. En fait, en représentant le vecteur de courant de l'onduleur et le vecteur de courant de référence dans un même graphique, tel que représenté dans la figure 53a, le courant de référence occupe le centre du patron de commutation et le courant de ligne se déplace approximativement sur un cercle de rayon $h/2$, où le courant de l'onduleur est donné par l'équation suivante :

$$I_{\text{Onduleur}} = \frac{2}{3} \left(i_a + i_b e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)} + i_c e^{i\left(\frac{4\pi}{3}\right)} \right) \quad (6.2)$$

Il peut arriver, par contre, que très occasionnellement le courant de l'onduleur excède le cercle de rayon $h/2$, comme dans la figure 53b, mais il ne peut jamais dépasser deux fois la largeur de la bande d'hystérésis. Cela se produit lorsque la configuration des interrupteurs est telle que le moteur est en roue libre et est donc déconnecté momentanément de la source.

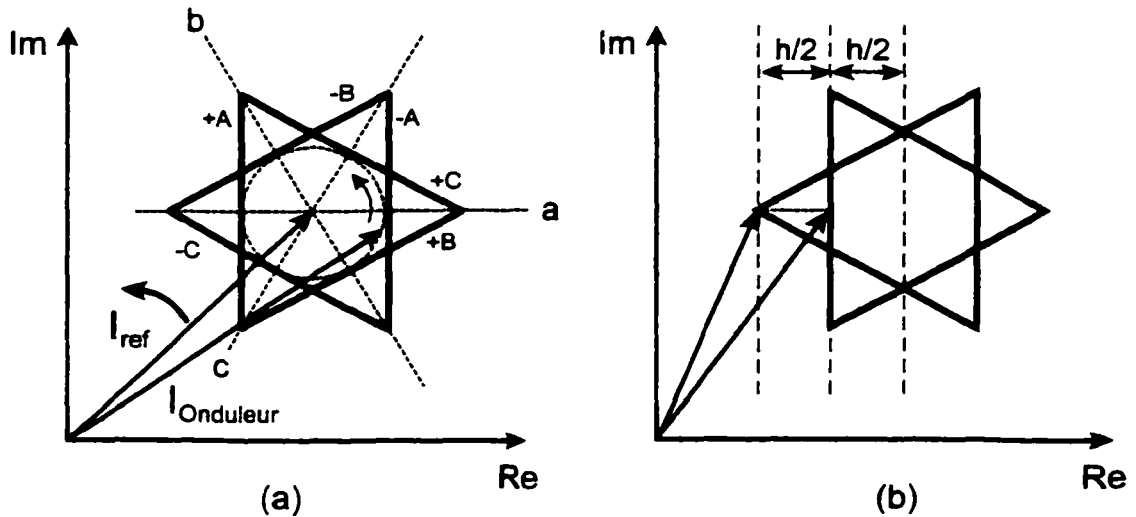


Figure 53 - Diagramme de commutation du contrôleur à bande d'hystérésis

Le respect de la bande d'hystérésis est donc un moyen sûr de vérifier la qualité de la simulation. Si les commutations sont effectuées correctement, la bande d'hystérésis devrait être respectée en tout temps, sauf dans les rares occasions où l'erreur de courant déborde lors d'un des deux modes de roue libre. Ainsi, l'erreur de courant ne devrait jamais dépasser

le double de la bande d'hystérésis. Pour que cela soit possible, il faut que toutes les commutations, simultanées ou non, soient réalisées avec la plus grande précision. Par exemple, les deux graphiques de la figure 54, montrent l'erreur entre le courant de référence et le courant de la phase A. Le premier graphique fut obtenu par une simulation nodale qui tient compte des commutations simultanées, tandis que le deuxième fut réalisé par une simulation utilisant l'approche par variable d'état et ne tient pas compte des commutations simultanées. Les deux simulations furent réalisées en utilisant un pas de calcul de 50 μ s. Lorsque les commutations simultanées sont traitées, la bande d'hystérésis est rigoureusement respectée, sinon l'erreur de courant déborde de la bande d'hystérésis fréquemment.

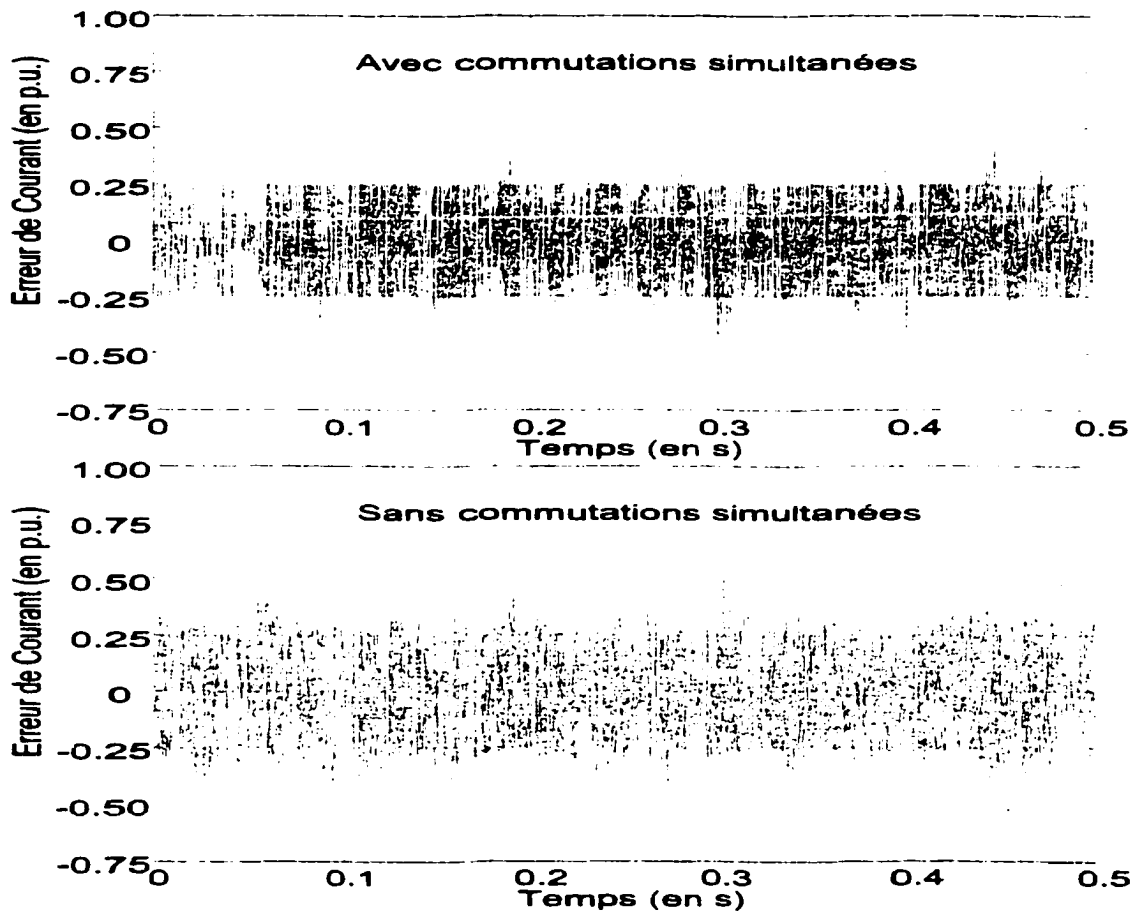


Figure 54 - Erreur de courant de phase avec et sans commutations simultanées

La fréquence de commutation moyenne des deux simulations de la figure 54 est approximativement de 4 kHz, malgré le pas de calcul de 50 μ s. Des fréquences de commutation encore plus élevées furent obtenues en réduisant la largeur de la bande d'hystérésis. Par exemple, la figure 55 montre l'erreur de courant obtenue avec une bande d'hystérésis de 0.1 p.u. et dont la fréquence de commutation moyenne est approximativement de 20 kHz, toujours avec un pas de calcul de 50 μ s.

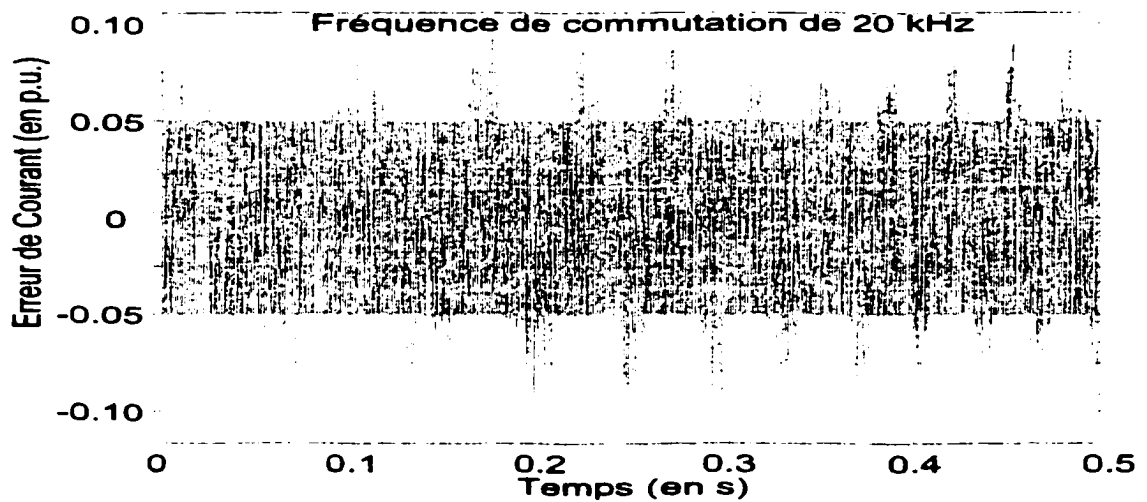


Figure 55 - Erreur de courant à une fréquence de commutation de 20 kHz

La figure 56 de la prochaine page montre la vitesse angulaire du moteur obtenue avec les simulations nodales et par variable d'état. Ces courbes sont superposées sur la courbe réalisée à l'aide d'une simulation par variable d'état à pas variable, obtenue grâce au simulateur PSB. Chacune des deux simulations à pas fixe fut réalisée avec un pas de calcul de 50 μ s et une bande d'hystérésis de 0.5 p.u.. La simulation nodale utilisait la méthode de commutation précise et traitait les commutations simultanées, tandis que la simulation par variable d'état utilisait aussi la méthode de commutation mais ne traitait pas les commutations simultanées, d'où les légères différences entre les deux. La simulation à pas variable, quant à elle, contient quelques retards unitaires incorporés dans la logique de

commutation des interrupteurs dans le but de briser des boucles algébriques. Ces retards unitaires modifient quelque peu les temps de commutations des interrupteurs. À cause de ces retards, la bande d'hystérésis n'est pas parfaitement respectée, même si le pas de calcul variable est souvent réduit à des valeurs extrêmement petites. Les petites différences notées avec les deux autres simulations peuvent donc être expliquées en partie par ces multiples petits retards qui modifient un peu la dynamique du montage. Elles peuvent aussi être expliquées en partie par le fait que le modèle du moteur n'est pas exactement identique dans la simulation à pas variable et dans la simulation nodale. La simulation à pas variable utilise un modèle du moteur dans le référentiel dq, tandis que la simulation nodale utilise un modèle dans le référentiel abc. Par contre, la simulation à pas variable exige un temps d'exécution plus de 200 fois plus long que les deux autres simulations. Malgré tout, ces trois simulations donnent des résultats qui se comparent très avantageusement les uns aux autres.

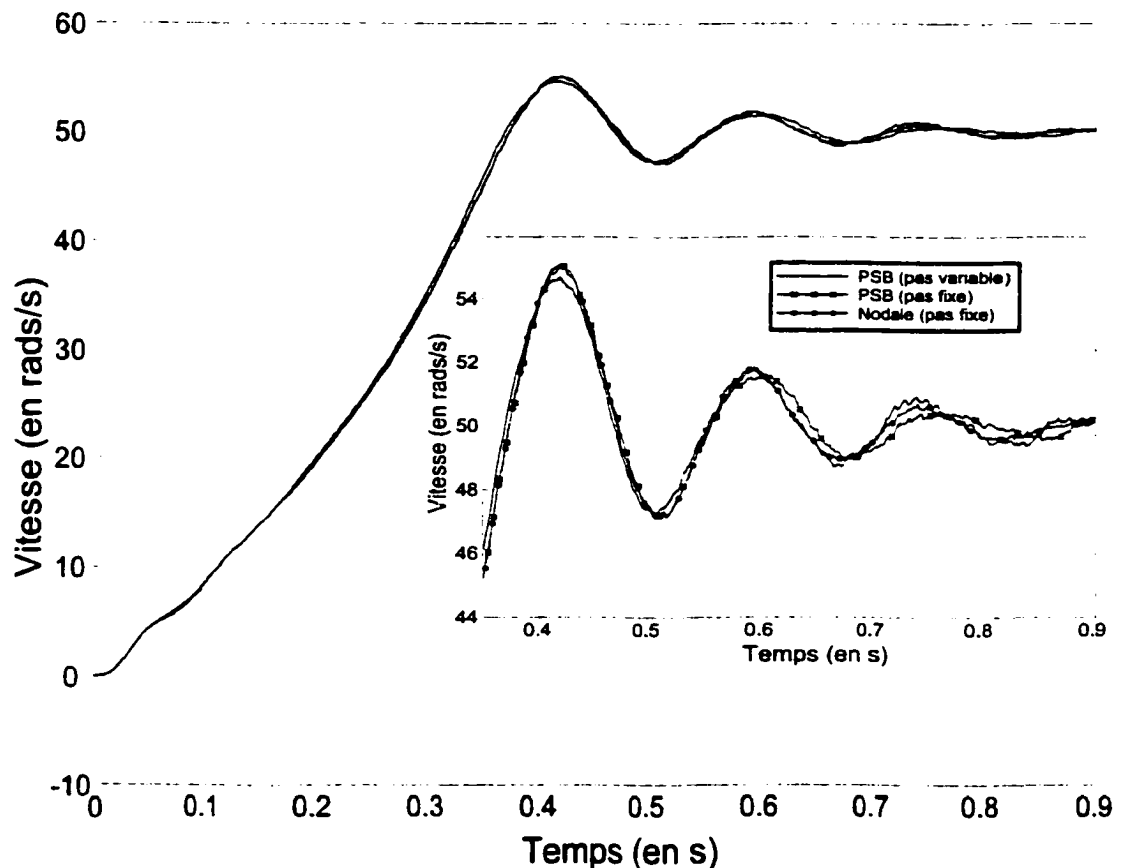


Figure 56 - Vitesse angulaire du moteur alimenté par un onduleur MLI

6.2 Évaluation de la performance en temps réel de la simulation

La mesure des performances en temps réel est plus difficile à faire que l'évaluation de la qualité de la simulation. En effet, de telles simulations en temps réel requièrent souvent un matériel adapté à ce type de simulation. Dans le cas présent, le simulateur Hypersim développé par l'IREQ, décrit par Do [38], fut utilisé comme plate-forme pour la simulation en temps réel d'un HTCC complet. Ce simulateur s'appuie sur un système multiprocesseur, composé de plusieurs processeurs de type DEC ALPHA 533 Mhz qui se partagent la simulation. Les processeurs sont donc connectés en parallèle et se transmettent des résultats les uns aux autres, à chaque pas de calcul, au moyen de canaux de communication. L'approche de simulation utilisée par ce simulateur est l'approche nodale car il fut conçu pour la simulation en temps réel de grands réseaux électriques. Donc, par manque de moyens, les performances en temps réel de simulations utilisant l'approche par variable d'état ne seront pas évaluées ici.

Le schéma du HTCC servant de prototype pour l'évaluation des performances est présenté dans la figure 57 ci-dessous. Il est composé d'un redresseur formé de deux ponts de 6 thyristors connectés en série et d'un onduleur de même conception. Le redresseur et l'onduleur sont reliés au travers d'une ligne CC formée d'un câble sous-marin de 50 km.

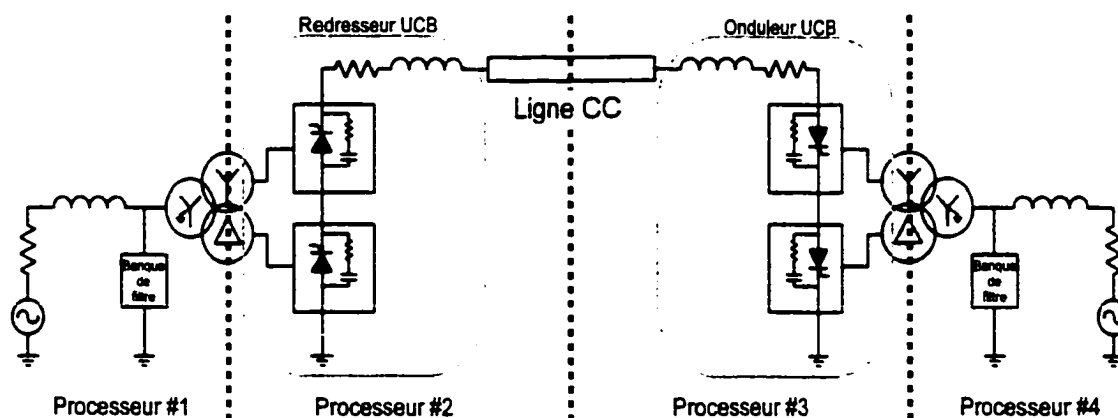


Figure 57 - Schéma du HTCC

Chacun des ponts de thyristors est alimenté par des transformateurs, connectés en Y et en Delta, qui eux-mêmes sont alimentés par des sources triphasées accompagnées de banques de filtres. Les banques de filtres sont conçues pour éliminer les 3^{ième}, 5^{ième}, 7^{ième}, 9^{ième}, 11^{ième} et 13^{ième} harmoniques. Les thyristors des ponts sont déclenchés à un angle fixe de 18 degrés par un générateur d'impulsions synchronisé sur un signal sinusoïdal synthétique, soit un signal de référence idéal utilisé pour simplifier la génération des impulsions de gâchette.

Le redresseur et l'onduleur furent implantés dans la simulation à l'aide d'un artifice fourni par le simulateur Hypersim et qui s'appelle un "User Coded Block" (UCB). Les UCBs sont des blocs qui enferment le code de simulation conçu par un usager et qui peuvent être raccordés à un schéma réalisé avec les blocs standards des bibliothèques d'Hypersim. Dans la simulation du HTCC présentée ici, les codes de simulation du redresseur et de l'onduleur furent écrits en langage C et furent enfermés dans leur UCB respectif. Les deux générateurs d'impulsions furent conçus de la même façon, tandis que toutes les autres parties du circuit sont composées des blocs standards d'Hypersim. Les figures 58 et 59 montrent la partie redresseur et la partie onduleur du HTCC, telles que réalisées avec le simulateur Hypersim.

Le circuit fut simulé à l'aide de quatre processeurs, en coupant le circuit en morceaux. Chaque processeur est responsable de la simulation d'un des morceaux du circuit. Les coupures sont faites aux secondaires des transformateurs et au milieu de la ligne CC. Pour assurer que la simulation est cohérente, les processeurs se communiquent à chaque pas de calcul les signaux importants des jonctions entre les morceaux, soit les tensions de noeuds et les courants de branche. Les coupures dans le circuit sont rendues possibles par un principe de découplage propre à Hypersim. Les endroits où les coupures sont effectuées sont représentés dans la figure 57 par des lignes brisées.

Les tensions des noeuds aux sorties des transformateurs, que reçoivent les UCB du redresseur et de l'onduleur, sont obtenues à l'aide de capteurs de tension avec un délai d'un

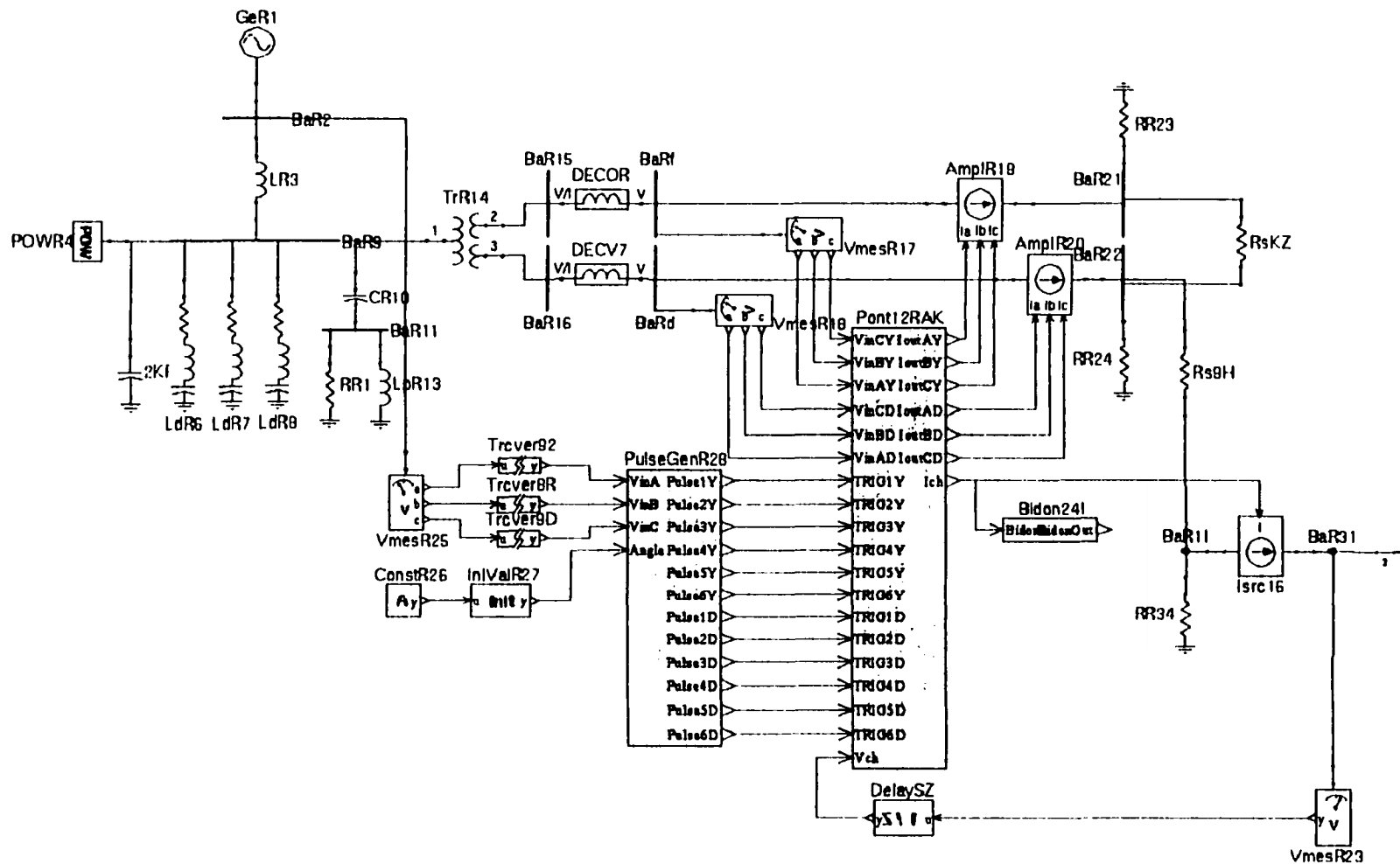


Figure 58 - Partie redresseur du HTCC dans Hypersim

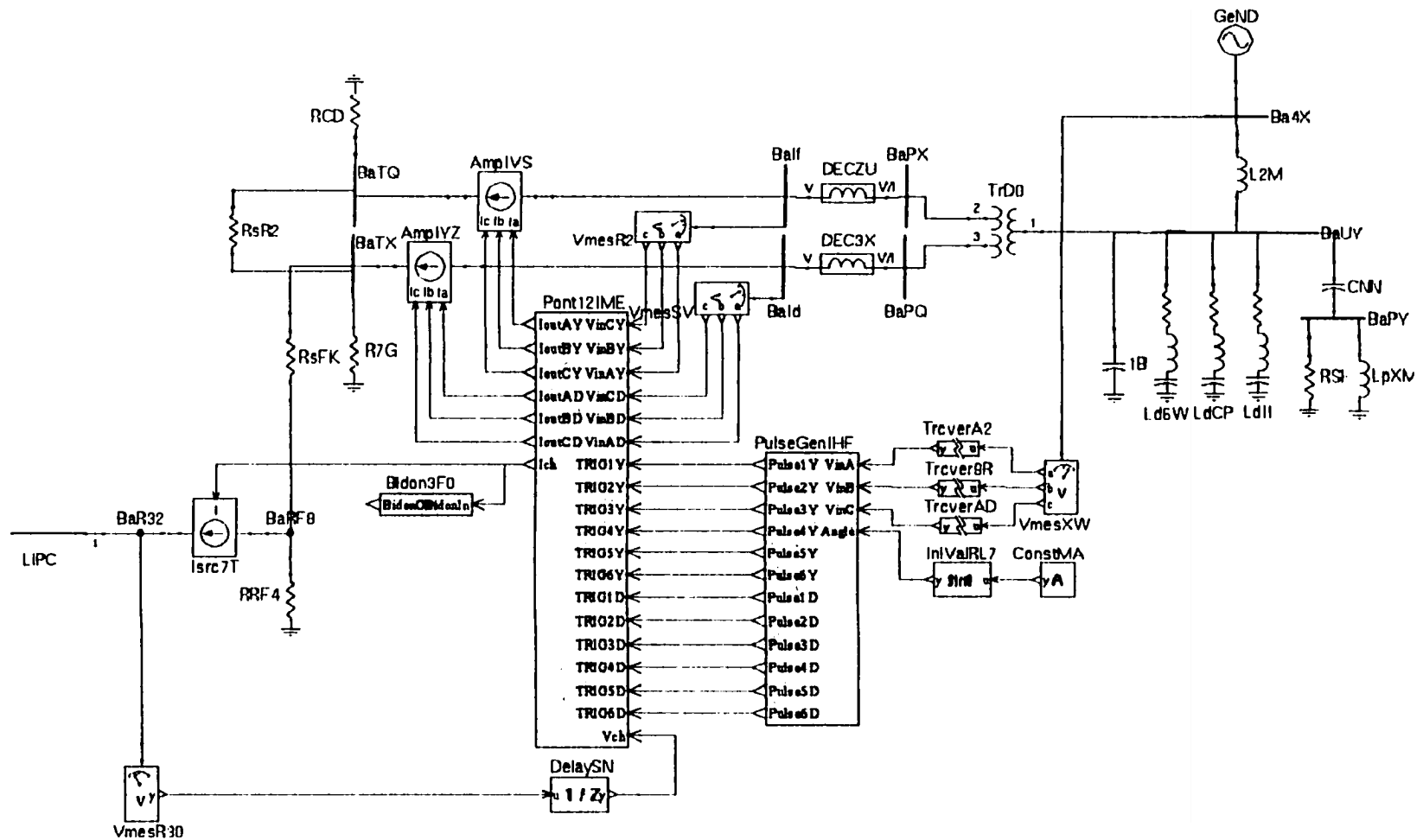


Figure 59 - Partie onduleur du HTCC dans Hypersim

pas de calcul, à cause des délais de communication entre les processeurs. Pour minimiser l'influence de ce délai, ces signaux sont extrapolés. En réalité, les tensions de noeuds ne sont pas directement extrapolés, mais elles sont d'abord utilisées pour calculer les tensions phase-phase V_{ab} et V_{bc} et ensuite les tensions phase-phase sont extrapolées. Ceci permet d'avoir de meilleurs résultats car si les tensions des noeuds ou tensions de ligne sont fortement discontinues, les tensions phase-phase, quant à elles, sont beaucoup plus lisses, d'où une meilleure précision lors des extrapolations. Par exemple, dans le circuit du redresseur tel qu'implanté dans le UCB et qui est représenté dans la figure 60, la partie ligne et transformateur est remplacée par des sources de tension phase-phase.

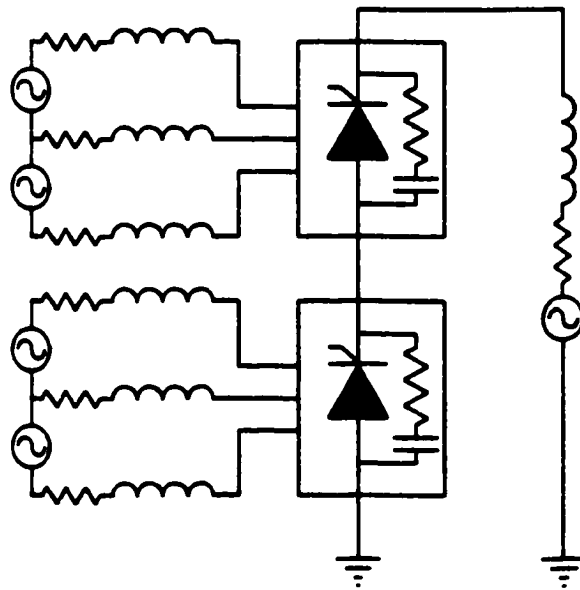


Figure 60 - Schéma du redresseur dans le UCB

De la même façon, la tension des noeuds à chaque extrémité de la ligne CC est mesurée à l'aide de capteurs de tension, est reçue à l'intérieur des UCBs et est extrapolée. La ligne est donc perçue par le redresseur et par l'onduleur comme une source de tension. Les UCBs, quant à eux, transmettent les courants de phase et les courants de la ligne CC aux différentes parties du circuit. Tous ces échanges de données sont font à chaque pas de calcul au travers des liens de communication qui relient les processeurs entre eux.

Le code de simulation des UCBs fut optimisé avec soin à l'aide des principes et des méthodes décrites dans les chapitres précédents et en déroulant les boucles de calcul ainsi qu'en éliminant les opérations superflues telles que les multiplications par 0 et par 1 ou les additions et soustractions par 0. Grâce à la méthode de commutation précise et une optimisation judicieuse du code, le temps d'exécution des UCBs contenant le redresseur et l'onduleur fut réduit à un niveau permettant l'exécution en temps réel du HTCC avec un pas de calcul de 50 μ s. En réalité, des pas de calcul aussi petits que 40 μ s furent aussi utilisés sans problèmes. En fait, le temps d'exécution des seuls UCBs est bien plus petit que 40 μ s et est donné dans le tableau II ci-dessous. Ce tableau fournit le temps d'exécution d'un pas de calcul au cours duquel aucune commutation ne se produit ainsi que le temps d'exécution d'un pas de calcul avec une commutation. Le plus long des deux est considéré comme le temps d'exécution du UCB.

Tableau II

Temps d'exécution d'un pas de calcul des UCB
contenant le redresseur et l'onduleur

Pas de calcul sans commutation	3.6 μ s
Pas de calcul avec commutation	10 μ s

Il ne fut pas possible de mesurer le temps d'exécution d'un pont de 12 thyristors provenant de la librairie d'Hypersim car ce simulateur ne fournit pas de moyen de mesurer ce temps. D'un autre côté, il ne fut pas possible de simuler un circuit équivalent, composé uniquement de bloc standards d'Hypersim, avec un pas de calcul plus petit que 50 μ s. Ce qui permet de croire que, jusqu'à preuve du contraire, le temps d'exécution des ponts de thyristors fournis par Hypersim est plus long que celui obtenu avec les UCBs. Malgré cela, les résultats de simulation obtenus grâce à la méthode de commutation précise sont comparables en qualité aux résultats présentés dans la section 6.1 et démontrent une grande précision d'exécution.

Les graphiques qui suivent donnent des exemples de la qualité de la simulation en temps réel du HTCC, obtenue grâce à la méthode de commutation précise. Le premier des deux graphiques de la figure 61 montre le courant CC qui rentre et qui sort de la ligne CC. La série de courbes foncées fut obtenue à l'aide des UCBs tandis que l'autre série de courbes, en trait plus clair, fut obtenue avec les blocs standards d'Hypersim. Avec la méthode de commutation implantée dans les UCBs, le courant CC ne subit pas les fluctuations issues des retards de commutation, ni le déplacement du niveau CC provenant de mauvaises conditions initiales, contrairement aux autres signaux. L'effet des retards de commutation et de l'erreur des conditions initiales est encore plus important dans la tension à chaque extrémité de la ligne CC, comme le montre de deuxième graphique.

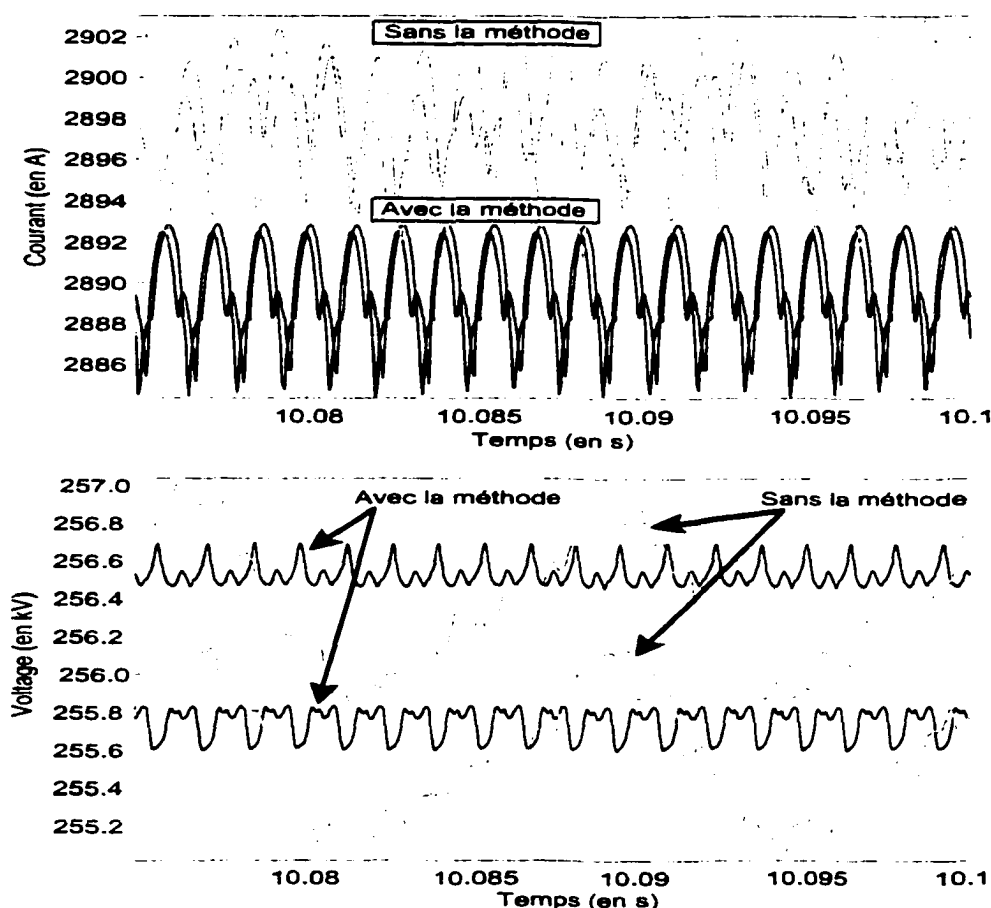


Figure 61 - Courant et tension CC de la ligne simulés en temps réel

CONCLUSION

La simulation numérique en temps réel de circuits contenant des interrupteurs offre des défis intéressants. Le premier défi consiste à rendre la simulation aussi précise que possible; ce qui signifie qu'elle doit reproduire correctement les phénomènes physiques, transitoires et permanents, prévus par les lois et les théories qui régissent le comportement de ce type de circuit. Le deuxième défi, quant à lui, exige que la simulation soit aussi performante que possible, de façon à satisfaire les exigences d'une réalisation en temps réel. Ces deux défis sont antagonistes car le gain de performance entraîne habituellement une perte de précision et vice versa. Il s'agit donc de concilier ces deux objectifs de façon à produire une simulation très performante tout en maintenant la qualité et la précision des résultats; ce qui représente un troisième défi. Ce troisième et dernier défi est certainement le plus important et le plus difficile à satisfaire. Il sous-tend donc l'ensemble des travaux qui furent présentés dans ce document.

Comme il fut discuté dans ce document, les principales sources d'imprécision de la simulation en temps réel des circuits commutés proviennent essentiellement de la commutation. La première de ces sources d'erreurs est le retard que subit la commutation, lorsque le circuit est simulé avec une méthode de simulation à pas de calcul fixe et que la commutation ne coïncide pas avec un pas de calcul. Ce retard introduit des fluctuations et des harmoniques indésirables dans la simulation et réduit la résolution des angles d'amorçage et d'extinction des interrupteurs. Tandis que la deuxième source d'erreur ne dépend pas directement du pas de calcul fixe utilisé par la simulation, mais provient plutôt du modèle simplifié de l'interrupteur selon lequel la commutation est instantanée. Elle consiste en une mauvaise estimation des conditions initiales qui permettent à la simulation de se poursuivre correctement après la commutation. L'erreur faite sur les conditions initiales change le point d'opération du circuit, après la commutation, et ne permet pas d'estimer correctement la présence de commutations simultanées.

Bien que le retard de commutation ait des conséquences importantes sur la simulation, c'est un problème simple dont la solution est aussi relativement simple. À ce problème, le présent travail se fait l'écho des méthodes proposées par plusieurs autres chercheurs et adopte la méthode d'interpolation proposée par Kuffel [10] et par Strunz [11]. Grâce à cette méthode d'interpolation, qui est simple et performante, les retards de commutation sont éliminés en grande partie et la simulation est exempt des fluctuations et des harmoniques indésirables qui caractérisent ce type d'erreur.

Le travail présenté dans ce document s'est principalement concentré sur le problème des conditions initiales. En plus de mettre en évidence l'effet d'une mauvaise estimation des conditions initiales et l'importance de les estimer correctement, le présent travail propose une méthode simple, efficace et très performante pour les calculer. Cette méthode représente, en fait, la principale contribution de ce travail.

La méthode proposée se base sur le fait que les conditions initiales après la commutation peuvent être correctement estimées en s'appuyant sur le principe de conservation de l'énergie. Selon le principe de conservation de l'énergie, l'énergie accumulée dans le circuit et dans chacune de ses composantes réactives est une fonction continue du temps. Donc, selon l'hypothèse que les commutations sont instantanées, la distribution de l'énergie dans le circuit ne change pas lors des commutations. Ainsi, connaissant la distribution de l'énergie avant la commutation, celle-ci permet de calculer correctement le nouveau point d'opération du circuit, après la commutation. La méthode propose donc de remplacer chacune des composantes qui emmagasinent de l'énergie, telles que les composantes réactives, par une source idéale équivalente dont la valeur est déterminée par la distribution de l'énergie avant la commutation. Le circuit devient purement résistif et les conditions initiales, qui permettent à la simulation de se poursuivre correctement, sont obtenus grâce à un système d'équations algébriques. De plus, puisque la topologie du circuit est connue, le système d'équations algébriques est déterminé à l'avance.

La méthode de calcul des conditions initiales s'applique à n'importe quel modèle d'interrupteur, modèle idéal ou quasi idéal. Par contre, il arrive que, à cause du modèle idéal, la topologie du circuit exige une redistribution instantanée de l'énergie accumulée dans le circuit. Même si la méthode de calcul des conditions initiales suggère une façon de faire cette redistribution instantanée de l'énergie, en se basant encore sur le principe de conservation de l'énergie, ce travail est souvent très compliqué et difficile à automatiser. En conséquence, bien que la méthode s'applique aux interrupteurs idéaux, elle est plus facile à utiliser et à automatiser avec le modèle quasi idéal d'interrupteur ou avec le modèle hybride accompagné d'un circuit d'amortissement.

Ayant obtenu un point d'opération fiable après la commutation que subit le circuit, grâce à la méthode de calcul des conditions initiales, la présence de commutations simultanées peut facilement être détectée. Toujours grâce à la méthode de calcul des conditions initiales, les commutations simultanées sont traitées en recalculant les conditions initiales après le nouveau changement d'état des interrupteurs, tout en maintenant constante la valeur des sources idéales équivalentes qui remplacent les composantes qui accumulent de l'énergie.

La méthode d'interpolation servant à corriger le retard de commutation et la méthode de calcul des conditions initiales, misent ensemble, forment une procédure en trois étapes pour la simulation des commutations qui s'applique à n'importe quelle approche de simulation à pas fixe. Ce fait fut démontré par l'implantation de la procédure dans les deux principales approches de simulation des circuits électriques, soit l'approche nodale et l'approche par variable d'état. Dans les deux cas, l'implantation de la procédure en trois étapes est simple et directe. La seule contrainte, pour la méthode de calcul des conditions initiales dans l'approche par variable d'état, est que les variables d'état soient choisies de telle façon qu'elles représentent des fonctions continues de l'énergie accumulée dans le circuit. Ce qui n'est pas habituellement un problème, mais exige que les changements de variables souvent utilisés avec cette approche soient faits avec précautions.

La procédure en trois étapes de simulation des commutations est très performante, surtout en ce qui concerne la méthode de calcul des conditions initiales. En effet, cette dernière offre un moyen efficace de réduire l'effort de calcul en isolant les parties du circuit où se produisent les commutations et en réduisant le nombre de signaux qui doivent être interpolés. Le découplage est fait en utilisant les branches du circuit qui sont remplacées par des sources idéales et qui relient la partie du circuit qui contient les interrupteurs au reste du circuit. Ainsi, la taille du système d'équations algébriques qui sert au calcul des conditions initiales est considérablement réduite, ce qui rend ce calcul beaucoup plus performant et réduit l'effort de traitement des commutations simultanées. Aussi, puisque la topologie du circuit est connue à l'avance, il est possible de définir le découplage avant que la simulation commence.

La méthode de mise à jour du système d'équations, proposée dans ce document, est une autre contribution importante de ce travail, qui va dans le sens de l'amélioration de la performance de la simulation, comme pour la technique de découplage provenant de la méthode de calcul des conditions initiales. Grâce à cette méthode, le système d'équations du circuit est divisé en deux systèmes d'équations; un système d'équations strictement continu qui modélise le circuit dont les interrupteurs ont été remplacés par des sources de courant commandées et un système d'équations discontinu qui modélise les interrupteurs. Puisque la taille de ce dernier système d'équations est égale au nombre d'interrupteurs dans le circuit et que cette taille est habituellement beaucoup plus petite que la taille du système d'équations du circuit, la mise à jour de ce système d'équations exige beaucoup moins d'effort de calcul. Aussi, en utilisant un modèle hybride d'interrupteur, la taille du système d'équations des interrupteurs devient égale au nombre d'interrupteurs qui conduisent, d'où un gain de performance supplémentaire très important.

Bien que les systèmes d'équations de l'approche nodale et de l'approche par variable d'état soient très différents l'un de l'autre, la méthode de mise à jour des systèmes d'équations

s'applique de façon égale et procure les mêmes avantages. En fait, la méthode de mise à jour est encore plus performante avec l'approche par variable d'état car celle-ci utilise habituellement un système d'équations beaucoup plus grand que l'approche nodale. De plus, la méthode de mise à jour produit, pour les interrupteurs, un système d'équations avec des propriétés très intéressantes. Ce système d'équations est toujours symétrique, aussi bien pour l'approche nodale que pour l'approche par variable d'état, ce qui permet d'utiliser des méthodes de résolution très performantes, telle que la méthode LDL^T.

La procédure de commutation en trois étapes, comprenant la méthode de calcul des conditions initiales et la méthode d'interpolation, et la méthode de mise à jour des systèmes d'équations ont permis de formuler une stratégie complète pour la simulation en temps réel de circuit contenant des interrupteurs. Cette stratégie permet de rejoindre tout à la fois les besoins de précision et les besoins de performance de la simulation en temps réel de circuit. Grâce à cette stratégie, il fut possible de simuler en temps réel un circuit de HTCC complet avec une précision comparable à des simulations à pas variable très précises. De plus, la procédure de commutation procure une telle précision qu'elle est à peu près indépendante du pas de calcul utilisé, ce qui permet une grande flexibilité pour le choix du pas de calcul de la simulation.

RECOMMANDATIONS

La simulation en temps réel de circuits de puissance et de réseaux électriques est un domaine vaste. Bien que la méthode de commutation, présentée dans ce document, s'applique à une foule de topologie de circuit, plusieurs aspects de la méthode méritent une attention particulière. Il est donc recommandé de :

- 1 - Mettre au point une simulation en temps réel d'un circuit qui exige un taux de commutation élevé, dans lequel des commutations simultanées se produisent. Par exemple, le circuit de l'alimentation MLI décrite dans la section 6.1.2 du chapitre 6 serait un bon candidat.

Explication : Cet aspect de la méthode de commutation n'a pas été testé en temps réel, par manque de moyen. Par contre, ce type de circuit est particulièrement exigeant pour la simulation en temps réel car les multiples commutations simultanées augmentent considérablement l'effort de calcul.

- 2 - Mettre au point une simulation en temps réel avec un équipement réel dans la boucle de simulation. Par exemple, en utilisant un vrai contrôleur, connecté au simulateur, pour commander un redresseur simulé.

Explication : Le but principal de la simulation en temps réel est d'interconnecter un équipement réel à la simulation, de façon à tester cet équipement dans un environnement artificiel réaliste. Il est donc primordial de s'assurer que ce type de montage puisse être réalisé, tout en maintenant la qualité des résultats.

- 3 - Généraliser la méthode de commutation à des circuits non-linéaires et/ou qui varient dans le temps. Par exemple, des circuits contenant des transformateurs saturables ou des inductances non-linéaires.

Explication : Bien que la seule exigence de la méthode de commutation soit que le système doit être continu entre deux commutations, les démonstrations mathématiques furent limitées aux systèmes linéaires invariants. Puisque de nombreux circuits de puissance contiennent des composantes non-linéaires ou qui varient dans le temps, une démonstration mathématique de l'applicabilité de la méthode de commutation, dans ce type de circuit, est nécessaire.

- 4 - Implantation de la méthode de commutation dans un simulateur en temps réel générique de circuits de puissance et de réseaux électriques, tel que Hypersim.

Explication : Toutes les simulations présentées dans le chapitre 6 furent codées à la pièce. Ce travail est long, fastidieux et ne permet que la simulation de montages relativement petits. Pour que la méthode de commutation devienne vraiment utile, elle doit être automatisée de façon à permettre la simulation de n'importe quel circuit, rapidement et avec un minimum d'effort de la part de l'utilisateur.

ANNEXE 1

Estimation de la performance selon l'ancienne et nouvelle méthode avec l'approche nodale

L'estimation de l'avantage que procure la nouvelle méthode de mise à jour du système d'équations nodales, décrite dans la section 4.4 du chapitre 4, par rapport à l'ancienne méthode est assez laborieuse. Pour ce faire, il s'agit de faire le décompte de chaque opération mathématique exigée par chaque étape de calcul du processus. Dans le but de simplifier cette évaluation, on se limitera à l'estimation des calculs faits lors de l'étape 3 du processus de commutation, sans tenir compte des interpolations qui terminent normalement cette étape. Dans cette étape, les équations sont modifiées pour refléter la nouvelle configuration des interrupteurs et un pas de complet de simulation est effectué. Les équations de l'ancienne méthode impliquées dans ce processus sont les suivantes :

$$\mathbf{L}_N^* \mathbf{D}_N^* \mathbf{L}_N^{*T} = \mathbf{G}_N^* \quad (\text{A1.1})$$

$$\mathbf{h}_R(\theta^+) = \mathbf{H}_R(\mathbf{l}_R(\theta^+) + \mathbf{G}_R \mathbf{V}_R(\theta^+)) \quad (\text{A1.2})$$

$$\mathbf{L}_N^* \mathbf{D}_N^* \mathbf{L}_N^{*T} \mathbf{V}_N(\theta^+ + T) = \mathbf{P} \mathbf{l}_{SRC}(\theta^+ + T) - \mathbf{H}_R \mathbf{h}_R(\theta^+) \quad (\text{A1.3})$$

$$\mathbf{V}(\theta^+ + T) = \mathbf{H}^T \mathbf{V}_N(\theta^+ + T) \quad (\text{A1.4})$$

$$\mathbf{l}_R(\theta^+ + T) = \mathbf{h}_R(\theta^+) + \mathbf{G}_R \mathbf{V}_R(\theta^+ + T) \quad (\text{A1.5})$$

$$\mathbf{l}_P(\theta^+ + T) = \mathbf{G}_P \mathbf{V}_P(\theta^+ + T) \quad (\text{A1.6})$$

$$\mathbf{l}_{ON}(\theta^+ + T) = \mathbf{G}_{ON} \mathbf{V}_{ON}(\theta^+ + T) \quad (\text{A1.7})$$

où l'indice R fait référence aux composantes réactives qui sont les seules pour lesquels un "historique de courant" doit être calculé, l'indice P fait référence aux composantes passives telles que les résistances et l'indice ON fait référence aux interrupteurs fermés.

Les équations proposées par la nouvelle méthode, qui suggère que les interrupteurs soient modélisés par des sources de courant commandées, sont les suivantes

$$\mathbf{L}_{ON} \mathbf{D}_{ON} \mathbf{L}_{ON}^T = \mathbf{M}_{ON} \quad (\text{A1.8})$$

$$\mathbf{h}_R(\theta^*) = \mathbf{H}_h(\mathbf{l}_R(\theta^*) + \mathbf{G}_R \mathbf{V}_R(\theta^*)) \quad (\text{A1.9})$$

$$\mathbf{l}_N(\theta^* + T) = \mathbf{P} \mathbf{l}_{SRC}(\theta^* + T) - \mathbf{H}_R \mathbf{h}_R(\theta^*) \quad (\text{A1.10})$$

$$\mathbf{L}_{ON} \mathbf{D}_{ON} \mathbf{L}_{ON}^T \mathbf{R}_{ON} \mathbf{l}_{ON}(\theta^* + T) = \mathbf{N}_{ON} \mathbf{l}_N(\theta^* + T) \quad (\text{A1.11})$$

$$\mathbf{L}_N \mathbf{D}_N \mathbf{L}_N^T \mathbf{V}_N(\theta^* + T) = \mathbf{l}_N(\theta^* + T) - \mathbf{H}_{ON} \mathbf{l}_{ON}(\theta^* + T) \quad (\text{A1.12})$$

$$\mathbf{V}(\theta^* + T) = \mathbf{H}^T \mathbf{V}_N(\theta^* + T) \quad (\text{A1.13})$$

$$\mathbf{l}_R(\theta^* + T) = \mathbf{h}_R(\theta^*) + \mathbf{G}_R \mathbf{V}_R(\theta^* + T) \quad (\text{A1.14})$$

$$\mathbf{l}_P(\theta^* + T) = \mathbf{G}_P \mathbf{V}_P(\theta^* + T) \quad (\text{A1.15})$$

où ici aussi les indices R, P et ON font références aux composantes réactives, aux composantes passives et aux interrupteurs fermés, respectivement.

En sachant que les matrices de connexion \mathbf{P}^T , \mathbf{H}_R^T , \mathbf{H}_{ON}^T et \mathbf{H}^T ne contiennent qu'au maximum un 1 et un -1 par rangée et que les matrices d'admittances \mathbf{G}_R , \mathbf{G}_{ON} et \mathbf{G}_P sont diagonales, et finalement, en tenant compte des paramètres ci-dessous, alors le décompte des opérations de chaque méthode est donné dans les tableaux A1.I et A1.II.

n = # de noeuds

p = # de composantes passives

q = # de sources

k = # d'interrupteurs

r = # de composantes réactives

k_{ON} = # d'interrupteurs fermés

Tableau III

Décompte des opérations de l'ancienne méthode

#	ÉQUATIONS	× et ÷	+ et -
A1.1	$L_N^* D_N^* L_N^{*T} = G_N^*$	$\frac{n(n-1)(n+4)}{6}$	$\frac{n(n-1)(n+1)}{6}$
A1.2	$h_R(\theta^*) = \pm(l_R(\theta^*) + G_R V_R(\theta^*))$	r	r
A1.3	$L_N^* D_N^* L_N^{*T} V_N(\theta^* + T) = P l_{SRC}(\theta^* + T) - H_R h_R(\theta^*)$	$n^2 + n$	$n(n-1) + q + r$
A1.4	$V(\theta^* + T) = H^T V_N(\theta^* + T)$		$r + p + k$
A1.5	$l_R(\theta^* + T) = h_R(\theta^*) + G_R V_R(\theta^* + T)$	r	r
A1.6	$l_p(\theta^* + T) = G_p V_p(\theta^* + T)$	p	
A1.7	$l_{ON}(\theta^* + T) = G_{ON} V_{ON}(\theta^* + T)$	k_{ON}	

Tableau IV

Décompte des opérations de la nouvelle méthode

#	ÉQUATIONS	× et ÷	+ et -
A1.8	$L_{ON} D_{ON} L_{ON}^T = M_{ON}$	$\frac{k_{ON}(k_{ON}-1)(k_{ON}+4)}{6}$	$\frac{k_{ON}(k_{ON}-1)(k_{ON}+4)}{6}$
A1.9	$h_R(\theta^*) = \pm(l_R(\theta^*) + G_R V_R(\theta^*))$	r	r
A1.10	$l_N(\theta^* + T) = P l_{SRC}(\theta^* + T) - H_R h_R(\theta^*)$		$n + r + q$
A1.11	$L_{ON} D_{ON} L_{ON}^T R_{ON} l_{ON}(\theta^* + T) = N_{ON} l_N(\theta^* + T)$	$k_{ON}^2 + k_{ON}(n+1)$	$k_{ON}^2 + k_{ON}(n-2)$
A1.12	$L_N D_N L_N^T V_N(\theta^* + T) = l_N(\theta^* + T) - H_{ON} l_{ON}(\theta^* + T)$	n^2	$n^2 + n(k_{ON}-1)$
A1.13	$V(\theta^* + T) = H^T V_N(\theta^* + T)$		$r + p + k$
A1.14	$l_R(\theta^* + T) = h_R(\theta^*) + G_R V_R(\theta^* + T)$	r	r
A1.15	$l_p(\theta^* + T) = G_p V_p(\theta^* + T)$	p	

Le total des opérations des deux méthodes est donné ci-dessous :

$$Flops_{ancienne} = \frac{1}{3}n^3 + \frac{5}{2}n^2 - \frac{5}{6}n + 6r + 2p + q + k + k_{ON} \quad (A1.16)$$

$$Flops_{nouvelle} = 2n^2 + 3nk_{ON} + \frac{1}{3}k_{ON}^3 + \frac{5}{2}k_{ON}^2 - \frac{11}{6}k_{ON} + 6r + 2p + q + k \quad (A1.17)$$

Cette estimation est assez grossière car elle ne tient pas compte du fait que certaines matrices sont souvent très creuses. C'est habituellement le cas pour la matrice d'admittance des noeuds G_N . Chaque terme à zéro de la matrice G_N élimine plusieurs opérations lors de la décomposition de la matrice à l'aide de la méthode LDL^T et lors de l'utilisation des matrices résultantes pour résoudre le système d'équations. Le nombre d'opérations éliminées dépend évidemment de la taille de la matrice, mais aussi de la position du terme nul dans la matrice. Néanmoins, l'estimation ci-dessus fournit une borne supérieure au nombre d'opérations nécessaires pour résoudre le système d'équations, en supposant le pire cas, soit le cas où la matrice d'admittance des noeuds est pleine.

ANNEXE 2

Estimation de la performance selon l'ancienne et nouvelle méthode avec l'approche par variable d'état

Comme lors de l'estimation faite pour l'approche nodale et décrite dans l'annexe 1, l'estimation de l'avantage que procure la nouvelle méthode de mise à jour du système d'équations d'état par rapport à la méthode habituelle est assez laborieuse. Chaque équation matricielle doit être décomposée et analysée morceau par morceau pour en déterminer le nombre d'opérations mathématiques. Ici aussi, dans le but de simplifier l'estimation, on se limitera à l'estimation des calculs faits lors de l'étape 3 du processus de commutation, sans tenir compte des interpolations qui terminent normalement cette étape. Lors de cette étape, les équations sont modifiées pour refléter la nouvelle configuration des interrupteurs et un pas de complet de simulation est effectué. Les équations de l'ancienne méthode impliquées dans ce processus sont les suivantes :

$$X(\theta^* + T) = A_d^* X(\theta^*) + B_d^* (u(\theta^* + T) + u(\theta^*)) \quad (A2.1)$$

$$Y(\theta^* + T) = C^* X(\theta^* + T) + D^* u(\theta^* + T) \quad (A2.2)$$

où

$$A_d^* = \left(1 - \frac{T}{2} A^*\right)^{-1} \left(1 + \frac{T}{2} A^*\right) \quad (A2.3)$$

$$B_d^* = \left(1 - \frac{T}{2} A^*\right)^{-1} \frac{T}{2} B^* \quad (A2.4)$$

Beaucoup d'opérations sont nécessaires pour le calcul de l'équation A2.1 et il est préférable de la décomposer en plusieurs parties. Pour ce faire, posons

$$A_1^* = \left(1 - \frac{T}{2} A^*\right)^{-1} \quad \text{et} \quad A_2^* = \left(1 + \frac{T}{2} A^*\right) \quad \text{et} \quad B_1^* = \frac{T}{2} B^* \quad (A2.5)$$

L'équation A2.1 sera donc réécrite de la façon suivante :

$$X_1 = A_2^* X(\theta^*) \quad (A2.6)$$

$$X_2 = B_1^* (u(\theta^* + T) + u(\theta^*)) \quad (A2.7)$$

$$X(\theta^* + T) = A_1^* (X_1 + X_2) \quad (A2.8)$$

Les équations impliquées dans la nouvelle méthode, selon laquelle les interrupteurs sont modélisés par des sources de courant commandées, sont les suivantes :

$$\mathbf{L}_{ON} \mathbf{D}_{ON} \mathbf{L}_{ON}^T = \mathbf{M}_{ON} \quad (\text{A2.9})$$

$$\mathbf{Q}(\theta^* + T) = \mathbf{A}_d \mathbf{X}(\theta^*) + \mathbf{B}_w (\mathbf{W}(\theta^*) + \mathbf{W}(\theta^* + T)) + \mathbf{B}_{ON} \mathbf{I}_{ON}(\theta^*) \quad (\text{A2.10})$$

$$\mathbf{N}_{ON}(\theta^* + T) = \mathbf{C}_{ON} \mathbf{Q}(\theta^* + T) + \mathbf{D}_{ONW} \mathbf{W}(\theta^* + T) \quad (\text{A2.11})$$

$$\mathbf{L}_{ON} \mathbf{D}_{ON} \mathbf{L}_{ON}^T \mathbf{I}_{ON}(\theta^* + T) = \mathbf{G}_{ON} \mathbf{N}_{ON}(\theta^* + T) \quad (\text{A2.12})$$

$$\mathbf{X}(\theta^* + T) = \mathbf{Q}(\theta^* + T) + \mathbf{B}_{ON} \mathbf{I}_{ON}(\theta^* + T) \quad (\text{A2.13})$$

$$\mathbf{Z}(\theta^* + T) = \mathbf{C}_z \mathbf{X}(\theta^* + T) + \mathbf{D}_{ZW} \mathbf{W}(\theta^* + T) + \mathbf{D}_{ZON} \mathbf{I}_{ON}(\theta^* + T) \quad (\text{A2.14})$$

$$\mathbf{V}_{SW}(\theta^* + T) = \mathbf{C}_{SW} \mathbf{X}(\theta^* + T) + \mathbf{D}_{SWW} \mathbf{W}(\theta^* + T) + \mathbf{D}_{SWON} \mathbf{I}_{ON}(\theta^* + T) \quad (\text{A2.15})$$

Dans ce dernier ensemble d'équations, l'indice ON fait référence aux interrupteurs fermés.

En sachant que la matrice \mathbf{G}_{ON} est diagonale, que la plupart des matrices sont pleines et en tenant compte des paramètres ci-dessous, le décompte des opérations de chaque méthode est donné dans les tableaux V et VI.

n = # de variables d'état k = # d'interrupteurs k_{ON} = # d'interrupteurs fermés
 q = # d'entrées autres que des courants d'interrupteurs
 r = # de sorties autres que des courants ou des tensions d'interrupteurs

Tableau V

Décompte des opérations de l'ancienne méthode

#	ÉQUATIONS	× et ÷	+ et -
A2.5	$A_1^* = \left(1 - \frac{T}{2} A^*\right)^{-1}, A_2^* = \left(1 + \frac{T}{2} A^*\right), B_1^* = \frac{T}{2} B^*$	$\frac{1}{3}n^3 + n(n+q)$	$\frac{1}{3}n^3 + 2n$
A2.6	$X_1 = A_1^* X(\theta^*)$	n^2	$n(n-1)$
A2.7	$X_2 = B_1^* (u(\theta^* + T) + u(\theta^*))$	nq	$q + n(q-1)$
A2.8	$X(\theta^* + T) = A_1^* (X_1 + X_2)$	n^2	n^2
A2.2	$Y(\theta^* + T) = C^* X(\theta^* + T) + D^* u(\theta^* + T)$	$(n+q)(r+k)$	$(n+q-1)(r+k)$

Tableau VI

Décompte des opérations de la nouvelle méthode

#	ÉQUATIONS	× et ÷	+ et -
A2.9	$L_{ON} D_{ON} L_{ON}^T = M_{ON}$	$\frac{k_{ON}(k_{ON}-1)(k_{ON}+4)}{6}$	$\frac{k_{ON}(k_{ON}-1)(k_{ON}+4)}{6}$
A2.10	$Q(\theta^* + T) = \begin{pmatrix} A_z X(\theta^*) + B_{ON} l_{ON}(\theta^*) \\ + B_w (W(\theta^*)) + W(\theta^* + T) \end{pmatrix}$	$n^2 + n(q + k_{ON})$	$n^2 + q + n(q + k_{ON} - 3)$
A2.11	$N_{ON}(\theta^* + T) = C_{ON} Q(\theta^* + T) + D_{ONW} W(\theta^* + T)$	$k_{ON}(n+q)$	$k_{ON}(n+q-1)$
A2.12	$L_{ON} D_{ON} L_{ON}^T l_{ON}(\theta^* + T) = G_{ON} N_{ON}(\theta^* + T)$	$k_{ON}(k_{ON}+1)$	$k_{ON}(k_{ON}-1)$
A2.13	$X(\theta^* + T) = Q(\theta^* + T) + B_{ON} l_{ON}(\theta^* + T)$	nk_{ON}	nk_{ON}
A2.14	$Z(\theta^* + T) = \begin{pmatrix} C_z X(\theta^* + T) + D_{ZW} W(\theta^* + T) \\ + D_{ZON} l_{ON}(\theta^* + T) \end{pmatrix}$	$r(n+q+k_{ON})$	$r(n+q+k_{ON}-1)$
A2.15	$V_{SW}(\theta^* + T) = \begin{pmatrix} C_{SW} X(\theta^* + T) + D_{SWW} W(\theta^* + T) \\ + D_{SWON} l_{ON}(\theta^* + T) \end{pmatrix}$	$k(n+q+k_{ON})$	$k(n+q+k_{ON}-1)$

Le total des opérations des deux méthodes est donné ci-dessous :

$$Flops_{ancienne} = \frac{2}{3}n^3 + 5n^2 + 2(n+q)(r+k) + q(3n+1) - k - r \quad (A2.16)$$

$$Flops_{nouvelle} = \left(\begin{array}{l} \frac{1}{3}k_{ON}^3 + 3k_{ON}^2 + k_{ON}(2k+2r+2q - \frac{7}{3}) + 2n^2 \\ + n(2k+2r+2q+6k_{ON}-3) + q(2k+2r+1) - k - r \end{array} \right) \quad (A2.17)$$

Cette estimation est fiable car les matrices impliquées dans ces équations ne sont habituellement pas creuses et peu d'opérations peuvent être éliminées grâce aux termes nuls. Mentionnons, par contre, qu'il fut supposé que la méthode d'inversion de la matrice A_1^{-1} , de l'équation A2.5, exige $\frac{2}{3}n^3$ opérations. Il fut aussi supposé que l'inverse de la matrice A_1^{-1} ainsi obtenu, l'équation A2.8 exige $2n^2$ opérations. Néanmoins, l'estimation ci-dessus fournit une borne supérieure au nombre d'opérations nécessaires pour résoudre le système d'équations.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Dommel, H.W. (1986). *Electromagnetic Transients Program Reference Manual (EMTP Theory Book)*. Bonneville Power Administration, Canada.
- [2] Kulicke, B. (1981). *Simulationsprogramm NETOMAC : Differenzenleitwertverfahren bei kontinuierlichen und diskontinuierlichen Systemen*. Siemens Forsch, Allemagne, pp. 299-302.
- [3] Wong, R.C., Owen, H.A., Wilson, T.G. (1987). An Efficient Algorithm for the Time-Domain Simulation of Regulated Energy-Storage DC-to-DC Converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, PE-2(2), pp. 154-168.
- [4] Luciano, A.M., Strollo, A.G.M. (1990). A Fast Time-Domain Algorithm for the Simulation of Switching Power Converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 5(3), pp. 363-370.
- [5] Opal, A., Vlach, J. (1990). Consistent Initial Conditions of Linear Switched Networks. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 37(3), pp. 364-372.
- [6] Opal, A., Vlach, J. (1991). Consistent Initial Conditions of Nonlinear Networks with Switches. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 38(7), pp. 698-710.
- [7] Zuhao, Z. (1991). ZZ Model Method for Initial Condition Analysis of Dynamics Networks. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 38(8), pp. 937-941.
- [8] Bedrosian, D., Vlach, J. (1992). Time-Domain Analysis of Networks with Internally Controlled Switches. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 39(3), pp. 199-212.
- [9] Sana, A.-R., Mahseredjian, J., Dai-Do, X., Dommel, H. (1995). Treatment of Discontinuities in Time-Domain Simulation of Switched Networks. *Mathematics and Computers in Simulation*, 38, pp. 377-387.
- [10] Kuffel, P., Kent, K., Irwin, G. (1995). The Implementation and Effectiveness of Linear Interpolation Within Digital Simulation. *International Conference on Power Systems Transients*, pp. 499-504.
- [11] Strunz, K., Linares, L., Marti, J.R., Huet, O., Lombard, X. (2000). Efficient and Accurate Representation of Asynchronous Network Structure Changing Phenomena

- in Digital Real Time Simulators. *IEEE Transactions on Power Systems*, 15(2), pp. 586-592.
- [12] Do, V.-Q., McCallum, D., Giroux, P., De Kelper, B. (2001). A Backward-Forward Interpolation Technique for a Precise Modelling of Power Electronic in HYPERSIM. *International Conference on Power Systems Transients (IPST'2001)*, Rio de Janeiro, Brésil, juin 2001.
 - [13] Hartley, T.T., Beale, G.O., Chicatelli, S. P. (1994). *Digital Simulation of Dynamic Systems, a Control Theory Approach* (1e éd.). Englewood Cliffs : PTR Prentice Hall.
 - [14] Oliveira, J.J.R., Barros, H.M., Roitman, M., Santo, S.E. (1999). Interfacing Digital Real-Time Simulators to External Devices. *Third International Conference on Digital Power System Simulators (ICDS'99)*.
 - [15] Oppenheim, A. V., Schaffer, R.W. (1989). *Discrete-Time Signal Processing* (1e éd.). Englewood Cliffs : PTR Prentice Hall.
 - [16] MacKenna, S.M., Hamai, D., Kezunovic, M., Galijasevic, Z. (1995). The Choice of a Simulation Time Step in the Real-Time Simulator Applications. *First International Conference on Digital Systems (ICDS'95)*, pp. 75-80.
 - [17] Rashid, M.H. (1993). *Power Electronics - Circuits, Devices and Applications* (2e éd.). Englewood Cliffs : PTR Prentice Hall.
 - [18] Gole, A.M., Keri, A., Nwankpa, C., Gunther, E.W., Dommel, H.W., Hassan, I., Marti, J.R., Martinez, J.A., Fehrlé, K.G., Tang, L., McGranaghan, M.F., Nayak, O.B., Ribeiro, P.F., Iravani, R., Lasseter, R. (1997). Guidelines for Modeling Power Electronics in Electric Power Engineering Applications. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 12(1), pp. 505-514.
 - [19] Lee, F.C.Y., Yu, Y. (1979). Computer-Aided Analysis and Simulation of Switched DC-DC Converters. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-15(5), pp. 511-520.
 - [20] Mosterman, P.J., Biswas, G. (1998). A Theory of Discontinuities in Physical Systems Models. *Journal of the Franklin Institute*, 335 (3), pp 401-439.
 - [21] Kassakian, J.G. (1979). Simulating Power Electronic Systems - A New Approach. *Proceedings of the IEEE*, 67(10), pp. 1428-1441.

- [22] Dirkman, R.J. (1987). The Simulation of General Circuits Containing Ideal Switches. *IEEE 18th Annual Conference on Power Electronics Specialists*, pp. 185-194.
- [23] Verma, S.C., Sugimoto, S., Koda, I., Kuroda, K., Kono, Y. (1999). Verification Studies Concerning the Simulation Accuracy of a Fully Digital Real Time Simulator. *Third International Conference on Digital Power System Simulators (ICDS'99)*.
- [24] Gole, A.M., Fernando, I.T., Irwin, G.D., Nayak, O.B. (1997). Modeling of Power Electronic Apparatus : Additional Interpolation Issues. *International Conference on Power Systems Transients*, pp. 23-28.
- [25] De Kelper, B. (1998). *Simulation en temps réel d'un convertisseur HTCC*. Mémoire de maîtrise, école polytechnique de Montréal, Canada.
- [26] Filippov, A.F. (1988). *Differential Equations with Discontinuous Righthand Sides* (1e éd.). Dordrecht, The Netherlands : Kluwer Academic Publishers.
- [27] Golub, G.H., Van Loan, C.F. (1996). *Matrix Computations* (3e éd.). Baltimore et London : The Johns Hopkins University Press.
- [28] Champagne, R., Dessaint, L.-A., Sybille, G., Casoria, S. (1999). Real-Time Simulation of Electrical Drives Using the State Variable Approach. *Third International Conference on Digital Power System Simulators (ICDS'99)*.
- [29] Rugh, W.J. (1993). *Linear System Theory* (1e éd.). Englewood Cliffs : PTR Prentice Hall.
- [30] Khalil, H.K. (1992). *Nonlinear Systems* (1e éd.). New York : Macmillan Publishing.
- [31] Chua, L.O., Lin, P.M. (1975). *Computer-aided Analysis of Electronic Circuits* (1e éd.). Englewood Cliffs : PTR Prentice Hall.
- [32] Balabanian, N., Bickart, T.A. (1969). *Electrical Network Theory* (1e éd.). New York John Wiley & Sons.
- [33] *Power System Blockset User's Guide* (1998). The Mathworks inc.
- [34] Dessaint, L.-A., Al-Haddad, K., Le-Huy, H., Sybille, G., Brunelle, P. (1999). A Power System Simulation Tool Base on Simulink. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 46(6), pp. 1252-1254.

- [35] Sybille, G., Le-Huy, H. (2000). Digital Simulation of Power Systems and Power Electronics using Matlab/Simulink Power System Blockset. *IEEE Power Engineering Society - Winter Meeting 2000*, Special Technical Session.
- [36] Sybille, G., Brunelle, P., Le-Huy, H., Dessaint, L.-A., Al-Haddad, K. (2000). Theory and Applications of Power System Blockset, a Matlab/Simulink-Based Simulation Tool for Power Systems. *Proceedings of IEEE Power Engineering Society - Winter Meeting 2000*.
- [37] Brod, D.M., Novotny, D.W. (1985). Current Control of VSI-PWM Inverters. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-21(4), pp. 562-570.
- [38] Do, V.-Q., Soumagne, J.-C., Sybille, G., Trumel, G., Giroux, P., Cloutier, G., Poulin, S. (1999). Hypersim, an Integrated Real-Time Simulator for Power Networks and Control Systems. *Third International Conference on Digital Power System Simulators (ICDS'99)*.